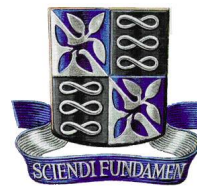




Universidade Federal da Bahia
Instituto de Matemática
Departamento de Matemática-UFBA



Lista 6-MAT198

Professora Vanessa Barros

Funções inversíveis, crescentes, decrescentes, limitadas

Exercício 1

Use os seus conhecimentos de cálculo A para construir o gráfico da função abaixo e depois analise se ela é estritamente crescente, estritamente decrescente, crescente, decrescente, limitada, limitada superiormente, limitada inferiormente, injetora, sobrejetora, bijetora. Observe que a única diferença entre a letra a) e b) é o domínio da função.

a) $f: \mathbb{R} \rightarrow [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}], \quad f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

b) $f: [-1, 1] \rightarrow [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}], \quad f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

Exercício 2

Use os seus conhecimentos de cálculo A para construir o gráfico da função abaixo e depois analise se ela é estritamente crescente, estritamente decrescente, crescente, decrescente, limitada, limitada superiormente, limitada inferiormente, injetora, sobrejetora, bijetora. **Se ela for bijetora, determine a função inversa:**

$$f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{2\}, \quad f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$$

Exercício 3

Verifique analiticamente que cada uma das funções definidas abaixo é bijetora e determine a função inversa:

a) $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \{x \in \mathbb{R}, x \geq -1\}, \quad f(x) = x^2 - 1$

b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3 + 1$

c) $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\}, \quad f(x) = 1 - \frac{1}{x}$

Exercício 4

Mostre que a função $f(x) = ax + b$ é decrescente, se $a < 0$.

Exercício 5

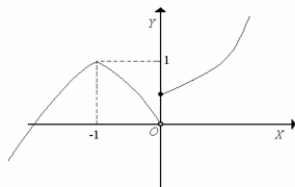
Esboce o gráfico da função

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{se } x \leq 4 \\ -x+4, & \text{se } x > 4. \end{cases}$$

f é crescente ou decrescente em $(-\infty, 4)$? f é crescente ou decrescente em $(4, +\infty)$? Prove suas afirmações usando a definição.

Exercício 6

Em que intervalos reais a função cujo gráfico é apresentado a seguir é crescente? E decrescente?



Exercício 7

Esboce o gráfico da função $f(x) = \frac{1}{x^2}$. Ela é crescente ou decrescente em $(0, +\infty)$? Prove a sua afirmação usando a definição.

Exercício 8

Prove analiticamente que a função $f(x) = \sqrt{x}$ é crescente em $\mathbb{R}_+$.

Exercício 9

Considere a função $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$. Mostre que f é limitada em $\mathbb{R}$ e determine um intervalo que contenha sua imagem.

Exercício 10

(Respire profundamente! questão mais difícil) Determine se a função $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ é limitada em $\mathbb{R}$, e encontre o menor intervalo fechado que contém a imagem de f .

Exercício 11

Quais das funções abaixo são limitadas? Quais das funções abaixo são limitadas superiormente? Quais das funções abaixo são limitadas inferiormente? Justifique sua resposta.

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} -2, & \text{se } x \leq -1 \\ x, & \text{se } -1 < x < 1 \\ 2, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x < 1 \\ 1, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{se } x < 1 \\ 1, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$