Universidade Federal da Bahia
Instituto de Matemática
Departamento de Matemática-UFBA

Lista 2- Álgebra Linear

Professora- Vanessa Barros-

Espaços e subespaços vetoriais, dependência e independência linear.

Exercício 1

Prove que S_1 e S_2 são subespaços vetoriais de $\mathbb{R}^3$, onde

$S_1 = \{(x,x,x); x \in \mathbb{R}\}$ e $S_2 = \{(0,y,z); y,\ z \in \mathbb{R}\}$

Exercício 2

Verifique se o subconjunto W é subespaço vetorial de V.

(a) $\mathbb{W} = \left\{ \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}; a, b \in \mathbb{R} \right\}$, e V=$M_2(\mathbb{R})$ é o conjunto das matrizes quadradas de ordem 2 com entradas reais.

(b) $W = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ xy = 0\}$ e $V = \mathbb{R}^2$.

(c) $W = \{f \in C^0(\mathbb{R}),\ f(0) = f(1)\}$ e $V = C^0(\mathbb{R})$ é o conjunto das funções contínuas de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$.

Exercício 3

Prove que $\mathbb{R}^3 = S_1 \oplus S_2$, onde S_1 e S_2 são os subespaços vetoriais definidos no exercício 1 .

Exercício 4

Escreva, se possível, o vetor $v = (-4, -18, 7)$ como combinação linear dos vetores $v_1 = (1, -3, 2)$ e $v_2 = (2, 4, -1)$.

Exercício 5

Sejam $\mathbb{U} = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4; x - y + t + z = 0\}, \mathbb{V} = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4; x + y - t + z = 0\}$. Encontre um conjunto de geradores para $\mathbb{U}$ e um conjunto de geradores para $\mathbb{V}$.

Exercício 6

Para cada um dos conjuntos abaixo prove que o subespaço gerado pelo conjunto B é $\mathbb{S}$.

(a) $B = \{(2,-1)\} \subset \mathbb{R}^2$ e $\mathbb{S} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; 2y = -x\}$.

(b) $B = \{1+t, 1+t^3\} \subset P_3(\mathbb{R})$, onde $P_3(\mathbb{R})$ é o conjunto dos polinômios de grau menor ou igual que 3 e $\mathbb{S} = \{x+yt+zt^2+wt^3; x = y+w \text{ e } z = 0\}$.

(c) $B = \{(1,1,0),(0,0,1)\} \subset \mathbb{R}^3$ e $\mathbb{S} = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3; y = x\}$

Exercício 7

Seja S o subespaço do $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - z = 0 \text{ e } t = 0\}$$

(a) $(-1,2,3,0) \in S$?

(b) $(3,1,4,0) \in S$?

(c) $(-1,1,1,1) \in S$?

Exercício 8

Considere o espaço vetorial $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$ com as operações usuais. Para cada um dos itens, diga se os vetores são ld ou li. Justifique a sua resposta.

(a) $(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)$.

(b) $(1,2,1),(1,1,9),(0,0,0)$.

(c) $(-1,2,1),(1,0,2),(-2,-1,0)$.

Exercício 9

Verifique se as matrizes $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ são linearmente independentes em $M_2(\mathbb{R})$.