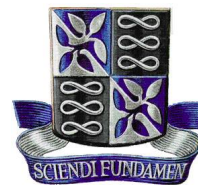




Universidade Federal da Bahia
Instituto de Matemática
Departamento de Matemática-UFBA



Lista 2- Álgebra Linear

Professora- Vanessa Barros-

Espaços e subespaços vetoriais, dependência e independência linear.

Exercício 1

Prove que S_1 e S_2 são subespaços vetoriais de $\mathbb{R}^3$, onde

$$S_1 = \{(x, x, x); x \in \mathbb{R}\} \text{ e } S_2 = \{(0, y, z); y, z \in \mathbb{R}\}$$

Exercício 2

Verifique se o subconjunto W é subespaço vetorial de V .

- (a) $W = \left\{ \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}; a, b \in \mathbb{R} \right\}$, e $V = M_2(\mathbb{R})$ é o conjunto das matrizes quadradas de ordem 2 com entradas reais.
- (b) $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, xy = 0\}$ e $V = \mathbb{R}^2$.
- (c) $W = \{f \in C^0(\mathbb{R}), f(0) = f(1)\}$ e $V = C^0(\mathbb{R})$ é o conjunto das funções contínuas de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$.

Exercício 3

Prove que $\mathbb{R}^3 = S_1 \oplus S_2$, onde S_1 e S_2 são os subespaços vetoriais definidos no exercício 1.

Exercício 4

Escreva, se possível, o vetor $v = (-4, -18, 7)$ como combinação linear dos vetores $v_1 = (1, -3, 2)$ e $v_2 = (2, 4, -1)$.

Exercício 5

Sejam $\mathbb{U} = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4; x - y + t + z = 0\}$, $\mathbb{V} = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4; x + y - t + z = 0\}$. Encontre um conjunto de geradores para $\mathbb{U}$ e um conjunto de geradores para $\mathbb{V}$.

Exercício 6

Para cada um dos conjuntos abaixo prove que o subespaço gerado pelo conjunto B é $\mathbb{S}$.

- (a) $B = \{(2, -1)\} \subset \mathbb{R}^2$ e $\mathbb{S} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 2y = -x\}$.
- (b) $B = \{1+t, 1+t^3\} \subset P_3(\mathbb{R})$, onde $P_3(\mathbb{R})$ é o conjunto dos polinômios de grau menor ou igual que 3 e $\mathbb{S} = \{x+yt+zt^2+wt^3; x=y+w \text{ e } z=0\}$.
- (c) $B = \{(1, 1, 0), (0, 0, 1)\} \subset \mathbb{R}^3$ e $\mathbb{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; y = x\}$

Exercício 7

Seja S o subespaço do $\mathbb{R}^4$ definido por:

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - z = 0 \text{ e } t = 0\}$$

- (a) $(-1, 2, 3, 0) \in S$?
- (b) $(3, 1, 4, 0) \in S$?
- (c) $(-1, 1, 1, 1) \in S$?

Exercício 8

Considere o espaço vetorial $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$ com as operações usuais. Para cada um dos itens, diga se os vetores são ld ou li. Justifique a sua resposta.

- (a) $(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)$.
- (b) $(1, 2, 1), (1, 1, 9), (0, 0, 0)$.
- (c) $(-1, 2, 1), (1, 0, 2), (-2, -1, 0)$.

Exercício 9

Verifique se as matrizes $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ são linearmente independentes em $M_2(\mathbb{R})$.