



Universidade Federal da Bahia
Instituto de Matemática
Departamento de Matemática-UFBA



Lista 2-MAT198

Professora Vanessa Barros

Lógica Proposicional, Tautologias, Métodos de prova

Exercício 1

Sabendo que as proposições $x = 0$ e $x = y$ são **verdadeiras** e que as proposições $y = z$ e $y = t$ são **falsas**, determinar o **valor lógico** (V ou F) de cada uma das seguintes proposições:

- (a) $x = 0 \wedge x = y \rightarrow y \neq z$
- (b) $x \neq 0 \vee y = t \rightarrow y = z$
- (c) $x \neq y \vee y \neq z \rightarrow y = t$
- (d) $x = 0 \rightarrow (x \neq y \vee y \neq t)$

Exercício 2

- (a) Prove que $p \wedge \sim (p \leftrightarrow q)$ é equivalente a $p \wedge \sim q$.
- (b) Prove que $\sim ((p \wedge (p \vee q)) \rightarrow ((\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)))$ é equivalente a $p \wedge \sim (p \leftrightarrow q)$. Você pode usar as propriedades já provadas na lista 1.
- (c) Conclua que $\sim ((p \wedge (p \vee q)) \rightarrow ((\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)))$ é equivalente a $p \wedge \sim q$.

Exercício 3

Mostrar que as seguintes proposições são tautologias:

- (a) $(p \leftrightarrow p) \vee (p \rightarrow \sim p)$
- (b) $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$
- (c) $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$
- (d) $p \leftrightarrow p \wedge (p \vee q)$

Exercício 4

Prove por contradição que se n^2 é par então n é par.

Exercício 5

Seja $a \geq 0$. Prove por contrapositiva que se $a^2 \leq 1$ então $a \leq 1$.

Exercício 6

Prove que a soma de três números inteiros e consecutivos é divisível por 3. (Demonstração direta).

Exercício 7

Prove que, para todo par de números racionais x e y , o produto $x \cdot y$ é racional. Você escolhe o método de prova.