

Rentrée

- **Préambule sur les suites** (0,5 semaine)

Modes de génération d'une suite, sens de variation, exemples, calcul du terme général, somme de termes, lien avec l'étude d'évolutions successives à accroissement constant, lien avec les fonctions affines, lien avec l'étude d'évolutions successives à taux constant, lien avec la fonction exponentielle, suites arithmético-géométriques, algorithme (calcul de termes, calcul de somme de termes, calcul de seuil, etc...)

- **Raisonnement par récurrence** (1,5 semaines)

Savoir mener un raisonnement par récurrence

- **Limites de suites** (2,5 semaines)

Limite finie et infinie d'une suite, limites et comparaison, théorème des gendarmes, opérations sur les limites, comportement à l'infini de la suite (q^n) avec q un réel, suite majorée, suite minorée, suite bornée, algorithme (recherche de seuil, recherche de valeurs approchées de π , e , $\sqrt{2}$, $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $\ln 2$, etc...)

Démonstrations : inégalité de Bernoulli, limite de la suite (q^n) , toute suite croissante non majorée tend vers $+\infty$, divergence vers $+\infty$ d'une suite minorée par une suite divergeant vers $+\infty$

- **Probabilités conditionnelles et indépendance** (annexe)

Probabilité conditionnelle, notation $P_A(B)$, arbres pondérés et calculs de probabilité, partition de l'univers, formule des probabilités totales, succession de deux épreuves indépendantes, représentation par un arbre ou un tableau, algorithme (méthode de Monte-Carlo, etc...)

- **Loi binomiale** (2 semaines)

Succession d'épreuves indépendantes, représentation par un produit cartésien, par un arbre, épreuve de Bernoulli, loi de Bernoulli, schéma de Bernoulli, loi binomiale, expression à l'aide des coefficients binomiaux, espérance, variance, écart-type, algorithme (simulation de la planche de Galton, problème de surréservation, simulation d'un échantillon d'une variable aléatoire, etc...)

Démonstrations : expression de la probabilité de k succès dans le schéma de Bernoulli, expressions de l'espérance et de la variance

- **Fonction exponentielle** (annexe)

Fonction $x \rightarrow \exp(x)$, relation fonctionnelle, notation e^x , sens de variation, dérivée, courbe représentative, limites en $+\infty$ de $\frac{e^x}{x^n}$ et en $-\infty$ de $x^n e^x$

Démonstrations : limites en $+\infty$ et en $-\infty$ de la fonction exponentielle, croissances comparées de $x \rightarrow x^n$ et \exp en $+\infty$

Vacances de la Toussaint

• **Limites de fonctions** (2 semaines)

Limite finie et infinie d'une fonction à l'infini, limite infinie et finie d'une fonction en un point, limites de fonctions de référence, limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient et d'une composée de deux fonctions, limites et comparaison, asymptote parallèle à l'un des axes de coordonnées

Démonstrations : limites en $+\infty$ et en $-\infty$ de la fonction exponentielle, croissances comparées de $x \rightarrow x^n$ et \exp en $+\infty$

• **Géométrie vectorielle dans l'espace** (2,5 semaines)

Vecteurs de l'espace, translations, combinaisons linéaires de vecteurs, vecteur directeur, vecteur colinéaire, caractérisation d'une droite par un point et un vecteur directeur, direction d'un plan, caractérisation d'un plan par un point et un couple de vecteurs non colinéaires, vecteurs coplanaires, bases et repères de l'espace, repère orthonormé, distance entre deux points, décomposition d'un vecteur sur une base, représentation paramétrique d'une droite

• **Dérivation et convexité** (2,5 semaines)

Composée de deux fonctions, notation $u \circ v$, dérivée d'une composée, dérivée seconde, fonction convexe sur un intervalle, équivalence admise avec la position par rapport aux tangentes, la croissance de f' et la positivité de f'' si f est deux fois dérivable, point d'inflexion

Démonstration : si f'' est positive alors la courbe représentative de f est au-dessus de ses tangentes

Vacances de Noël

• **Continuité** (2 semaines)

Continuité en un point et sur un intervalle, image d'une suite convergente par une fonction continue, théorème des valeurs intermédiaires, corollaire, algorithme (méthode de dichotomie, méthode de Newton, méthode de la sécante, etc...)

• **Produit scalaire dans l'espace** (3 semaines)

Produit scalaire de deux vecteurs dans l'espace (définition et propriétés), bilinéarité, symétrie, orthogonalité, base et repère orthonormés, norme d'un vecteur, développement de $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$, formule de polarisation, vecteur normal à un plan, équation cartésienne d'un plan, projeté orthogonal d'un point sur une droite et un plan

Démonstrations : le projeté orthogonal d'un point M sur un plan P est le point de P le plus proche de M , équation cartésienne du plan normal au vecteur \vec{n} et passant par le point A

• **Fonction logarithme** (2 semaines)

Fonction logarithme népérien, notation \ln , relation fonctionnelle, propriétés algébriques, sens de variation, courbe représentative, dérivée, limites, croissances comparées du logarithme népérien et de $x \rightarrow x^n$ en 0 et $+\infty$, algorithme (algorithme de Briggs, etc...)

Démonstrations : calcul de la dérivée du logarithme népérien (dérivabilité étant admise), limite en 0 de $x \rightarrow x \ln x$

• **Variables aléatoires** (annexe)

Variable aléatoire réelle, modélisation du résultat d'une expérience aléatoire, formalisation comme fonction définie sur un univers et à valeurs réelles, loi de probabilité, espérance, variance, écart-type, algorithme (renvoyer espérance, variance ou écart-type d'une variable aléatoire, fréquence d'apparition des lettres d'un texte, etc...)

Vacances d'hiver

• **Somme de variables aléatoires, concentration et loi des grands nombres** (2 semaines)

Somme de deux variables aléatoires, linéarité de l'espérance, exemples de variables indépendantes et relation d'additivité dans le cadre de la succession d'épreuves indépendantes, relation

$V(aX) = a^2 V(X)$, application à l'espérance, la variance et l'écart-type de la loi binomiale, échantillon de taille n d'une loi de probabilité, espérance, variance, écart-type de la somme

$S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ et de la moyenne $M_n = \frac{S_n}{n}$, inégalité de Bienaymé-Tchebychev, inégalité de

concentration, loi des grands nombres, algorithme (calcul de la probabilité de $(|S_n - pn| > \sqrt{n})$ où S_n suit une loi binomiale, simulation d'une marche aléatoire, simuler N échantillons de taille n d'une variable aléatoire, etc...)

• **Primitives et équations différentielles** (2 semaines)

Équation différentielle $y' = f$, notion de primitive d'une fonction continue sur un intervalle, deux primitives d'une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d'une constante, primitives des fonctions de référence, équation différentielle $y' = ay$ avec a un réel, allure des courbes, équation différentielle $y' = ay + b$

• **Combinatoire et dénombrement** (2 semaines)

Principe additif, principe multiplicatif, nombre de k -uplets d'un ensemble à n éléments, nombre des parties d'un ensemble à n éléments, lien avec les n -uplets de $\{0;1\}$, les mots de longueur n sur un alphabet à deux éléments, nombres de k -uplets d'éléments distincts d'un ensemble à n éléments, définition de $n!$, nombre de permutations d'un ensemble fini à n éléments, combinaisons de k éléments d'un ensemble à n éléments, représentations en terme de mots ou de

chemins, formule des $\binom{n}{k}$, symétrie, relation et triangle de Pascal, algorithme (génération de la

liste de coefficients binomiaux, génération des permutations d'un ensemble fini, tirage aléatoire d'une permutation, génération des parties à 2 ou 3 éléments d'un ensemble fini, etc...)

Vacances d'avril

• **Calcul intégral** (3 semaines)

Définition de l'intégrale d'une fonction continue et positive sur $[a;b]$ comme aire sous la courbe, notation $\int_a^b f(x) dx$, Théorème (si f est une fonction continue et positive sur $[a;b]$, la fonction

F définie sur $[a;b]$ par $F = \int_a^x f(t) dt$ est dérivable sur $[a;b]$ et a pour dérivée f), toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives, intégrale d'une fonction continue de signe quelconque, relation $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, notation $[F(x)]_a^b$, linéarité, positivité, intégration des inégalités, relation de Chasles, valeur moyenne, intégration par parties, algorithme (méthode des rectangles, des milieux, des trapèzes, méthode de Monte-Carlo, Brouncker pour le calcul de $\ln 2$, etc...)

Démonstrations : théorème fondamental (pour une fonction continue, positive et croissante),

$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, intégration par parties

• **Fonctions trigonométriques** (2 semaines)

Rappels trigonométrie, fonctions sinus et cosinus (parité, périodicité, dérivée, courbe représentative)