

Devoir vacances été

Ce devoir est à faire sur la base du volontariat. Il ne sera ni ramassé, ni noté. Il a pour objectif de vous remettre en mémoire les notions les plus essentielles afin d'être prêt dès la rentrée.

Vous retrouverez une correction détaillée de ce devoir sur le site de mathématiques du lycée à l'adresse suivante : mathssimplebasique.fr

Thème 1 : Équations et inéquations**Exercice 1**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $5x - 2(x - 4) = 7$;
2. $25x^2 - 30x + 9 = 0$;
3. $5x - \frac{x+1}{2} = 1$;
4. $(4x - 8)^2 = 36$.

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $-2x + 5 \leq x + 16$;
2. $\frac{x-1}{5} + \frac{1}{3} > \frac{2x-1}{15} + \frac{1}{3}$;
3. $(2x-1)^2 - (2x-1)(5x+3) \leq 0$;
4. $\left(3 - \frac{x}{4}\right)\left(5 + \frac{x}{3}\right) > 0$.

Exercice 3

Résoudre l'équation et l'inéquation suivantes. Vous penserez à préciser les valeurs interdites.

1. $\frac{x-2}{2x+1} = \frac{1}{2}$;
2. $\frac{1+x}{1-x} \geq 1$.

Thème 2 : Géométrie**Exercice 1**

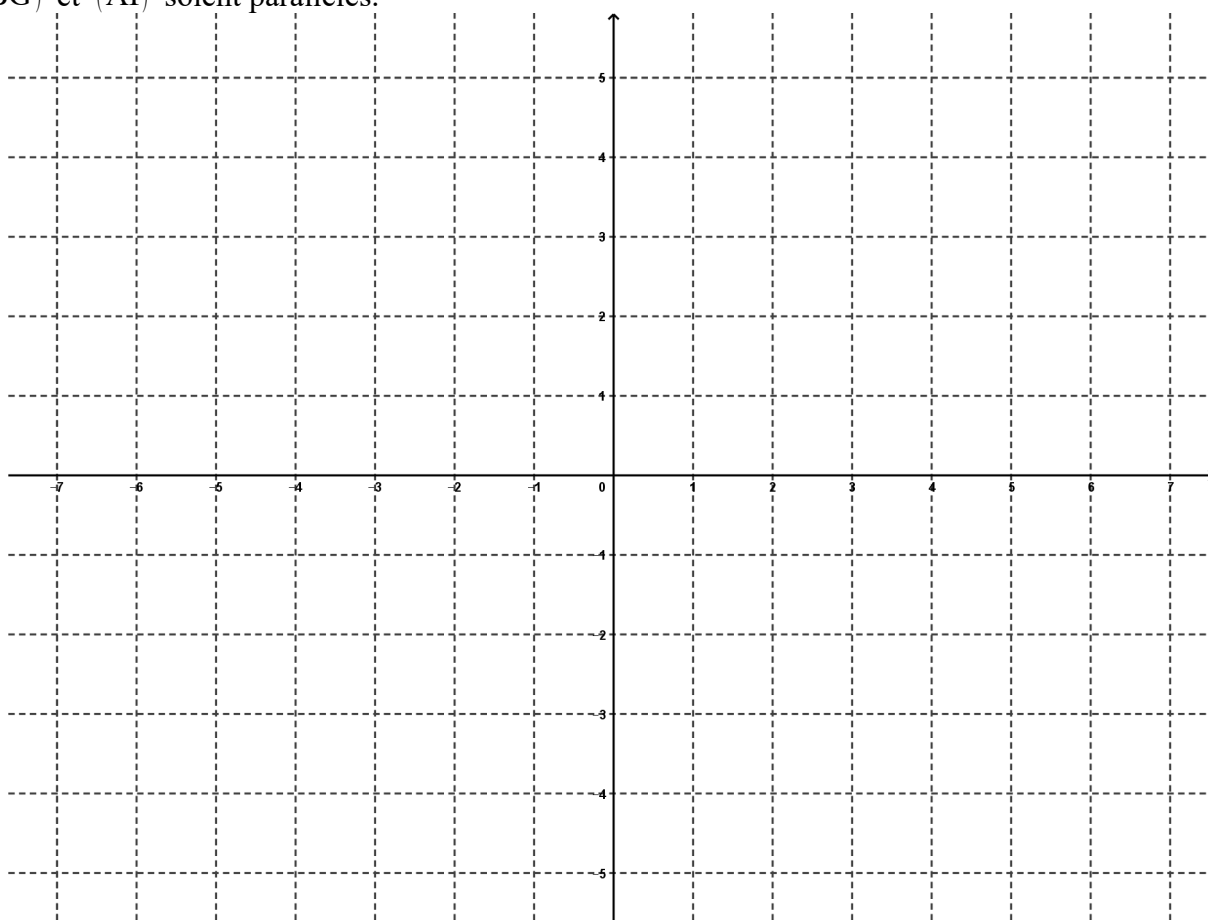
Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on considère les points $A(-4;3)$, $B\left(\frac{22}{3};5\right)$ et $C(2;7)$.

1. Tracer la droite d d'équation $y = -x + 4$.
2. Déterminer l'équation réduite de la droite (AC) .
3. Justifier que les droites d et (AC) sont sécantes et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection I .
4. Montrer que I est le milieu de $[AC]$.
5. Déterminer les coordonnées de E , point d'intersection de d avec l'axe des abscisses.
6. Montrer que $AEBC$ est un trapèze.

Exercice 2

Le plan étant muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(-3;1)$, $B(1;-1)$, $C(3;3)$ et I milieu du segment $[AC]$.

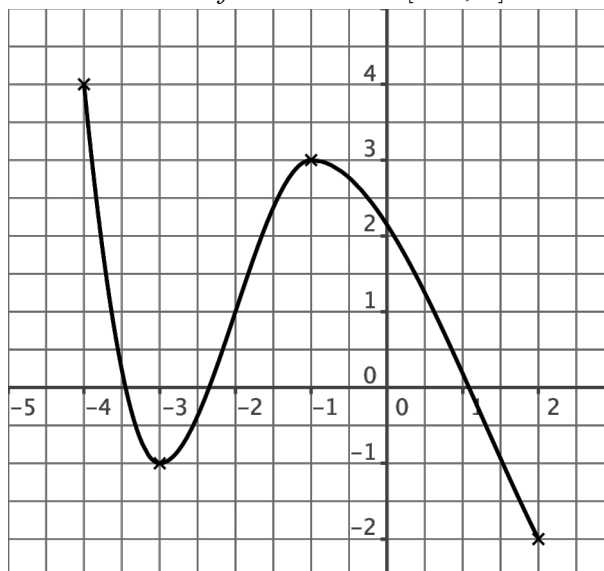
1. Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.
2. Soit $E(a;2)$. Déterminer a tel que A , B et E soient alignés.
3. Quelle est la nature du triangle ABC ?
4. a. Déterminer les coordonnées du point D image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
b. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?
5. Déterminer les coordonnées du point J , symétrique de A par rapport à B .
6. Déterminer les coordonnées du point F appartenant à l'axe des abscisses tel que A , B et F soient alignés.
7. Déterminer les coordonnées du point G appartenant à l'axe des ordonnées tel que les droites (BG) et (AI) soient parallèles.



Thème 3 : Fonctions

Exercice 1

Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-4; 2]$.



1. Quelle est l'image de -1 par f ?
2. Quelle est l'image de -2 par f ?
3. Quelle est l'image de 0 par f ?
4. Par f , quels sont les antécédents de 4 ?
5. Par f , quels sont les antécédents de -1 ?
6. Par f , quels sont les antécédents de 0 ?
7. Résolvez les équations suivantes :
 - a. $f(x) = -1$;
 - b. $f(x) = -2$.
8. Résolvez les inéquations suivantes :
 - a. $f(x) \geq -1$;
 - b. $f(x) > -1$.

Exercice 2

Soit f la fonction homographique définie par $f(x) = \frac{2x-4}{x-3}$.

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
2. Compléter le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$+\infty$
$2x-4$		
$x-3$		
$f(x)$		

En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$.

3. Selon le même principe, donner l'ensemble de définition de la fonction g définie par $g(x) = \frac{-x+2}{x+3}$ et résoudre à l'aide d'un tableau de signes $g(x) < 0$.

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4 - (x-1)^2$.

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. Calculer les images de $\sqrt{3}$ et $\frac{1}{3}$ par f .
4. Déterminer les antécédents de 0 par f .
5. Résoudre l'équation $f(x) = 3$.

Thème 4 : Probabilités**Exercice 1**

Dans un groupe de 20 personnes, 10 personnes s'intéressent à la pêche, 8 à la lecture et 3 à la fois à la pêche et à la lecture. On choisit au hasard une personne du groupe.

1. Calculer la probabilité qu'elle s'intéresse à la pêche ou à la lecture.
2. Calculer la probabilité qu'elle ne s'intéresse ni à la pêche, ni à la lecture.

Exercice 2

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie usuelle présentant deux côtés : pile ou face. On obtient ainsi une suite « ordonnée » de trois résultats (par exemple « pile, pile, face » sera noté $(P; P; F)$).

1. Écrire tous les résultats possibles de cette épreuve aléatoire (on pourra utiliser un arbre).
2. Calculer la probabilité de l'événement A : « Les trois résultats sont identiques ».
3. Calculer la probabilité de l'événement B : « La suite des trois résultats commence par pile ».
4. Calculer la probabilité de l'événement $A \cap B$. En déduire celle de l'événement $A \cup B$.

Exercice 3

Une boîte contient beaucoup de billes unicolores, rouges, vertes ou bleues. On prend une poignée de trois billes.

On s'intéresse aux événements :

- A : « Deux billes au moins sont vertes ».
- B : « Les trois billes sont de la même couleur ».
- C : « Il y a au moins une bille rouge ».
- D : « Aucune bille n'est rouge ».
- E : « Le tirage est tricolore ».

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

1. Les événements A et B sont incompatibles.
2. Les événements B et E sont contraires.
3. Les événements A et C sont incompatibles.
4. Les événements C et D sont contraires.
5. Les événements A et E sont disjoints.