Devoir vacances été

Thème 1 : Priorités de calculs

Exercice

Calculer les expressions suivantes en détaillant les calculs :

1. $A=5-4\times(-3+2)=5-4\times(-1)=5+4=9$.

2. $B=1+(2-3\times(4-5))=1+(2-3\times(-1))=1+(2+3)=1+2+3=6$.

3. $C=5-4\times(-1+2\times3^2)=5-4\times(-1+2\times9)=5-4\times(-1+18)=5-4\times17=5-68=-63$.

4. $D=-(-5)\times2+3(1-9)=5\times2+3\times(-8)=10-24=-14$.

5. $E=3\pi\times(-5)-(2-6\times(-1))=-15\pi-(2+6)=-15\pi-8$.

Thème 2 : Fractions

Exercice

Calculer les expressions suivantes sous forme d'entier ou de fraction irréductible :

1. $A=\frac{5}{3}-\frac{3}{2}=\frac{5\times2}{3\,2}-\frac{3\times3}{2\times3}=\frac{10}{6}-\frac{9}{6}=\frac{1}{6}$.

2. $B=\frac{-25}{3}\times\frac{33}{-15}=\frac{-5\times5}{3}\times\frac{3\times11}{-5\times3}=\frac{5\times11}{3}=\frac{55}{3}$.

3. $C=\frac{-5}{2}+\frac{5}{4}=\frac{-5\times2}{2\times2}+\frac{5}{4}=\frac{-10}{4}+\frac{5}{4}=-\frac{5}{4}$.

4. $E=5+\frac{3}{5}=\frac{5\times5}{1\times5}+\frac{3}{5}=\frac{25}{5}+\frac{3}{5}=\frac{28}{5}$.

5. $D=\frac{\frac{8}{3}}{-\frac{2}{3}}=\frac{8}{3}\times\frac{-3}{2}=-\frac{8}{2}=-4$.

6. $F=\frac{-\frac{4}{5}}{-6}=-\frac{4}{5}\times\frac{-1}{6}=\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$.

7. $G=1-\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=\frac{15}{15}-\frac{2\times5}{3\times5}+\frac{4\times3}{5\times3}=\frac{15}{15}-\frac{10}{15}+\frac{12}{15}=\frac{17}{15}$.

8. $H=\frac{-2}{5}\times\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right)=\frac{-2}{5}\times\left(\frac{3\times3}{4\times3}-\frac{5\times2}{6\times2}\right)=-\frac{2}{5}\times\left(\frac{9}{12}-\frac{10}{12}\right)=-\frac{2}{5}\times\frac{-1}{12}=-\frac{2}{5}\times\frac{-1}{2\times6}=\frac{1}{30}$.

Thème 3 : Puissances

Exercice 1

Écrire les nombre suivants sous forme d'une seule puissance :

1. $A=2018^2\times2018^5\times2018^{-4}=2018^{2+5-4}=2018^3$.

2. $B=19^6\times106^6=(19\times106)^6=2014^6$.

3. $C=32\times4^3=2\times16\times(2\times2)^3=2\times2\times8\times2^3\times2^3=2\times2\times2\times4\times2^3\times2^3=2^5\times2^3\times2^3=2^{5+3+3}=2^{11}$.

Exercice 2

Soit x un nombre quelconque. Écrire les expressions suivantes sous la forme ax^n, où a est un entier que l'on précisera.

1. $D=5x^4\times3x^2=5\times3\times x^4\times x^2=15\times x^{4+2}=15x^6$.

2. $E=4x(3x^2)=4x\times3x^2=4\times3\times x\times x^2=12\times x^{1+2}=12x^3$.

Thème 4 : Développements et factorisations

Exercice

1. Développer, ordonner et réduire les expressions suivantes :

a. $A=x^2\times(3x-1)=x^2\times3x-x^2\times1=3x^3-x^2$.

b. $B=(x+3)(2x-1)=x\times2x-x\times1+3\times2x-3\times1=2x^2-x+6x-3=2x^2+5x-3$.

c. $C=(5x-6)(7x-1)-4x(3x+2)=35x^2-5x-42x+6-12x^2-8x=23x^2-55x+6$.

2. Factoriser les expressions suivantes :

a. $A=2(x+2)+(x+2)(x-3)=(x+2)[2+(x-3)]=(x+2)(2+x-3)=(x+2)(x-1)$

b. $B=(x+4)(2x-1)-(2x-1)(6-3x)$

$=(2x-1)[(x+4)-(6-3x)]$

$=(2x-1)(x+4-6+3x)$

$=(2x-1)(4x-2)$

$=(2x-1)\times2(2x-1)$

$=2(2x-1)^2$

c. $C=(2x-3)^2+(2x-3)(x-1)$

$=(2x-3)(2x-3)+(2x-3)(x-1)$

$=(2x-3)[(2x-3)+(x-1)]$

$=(2x-3)(2x-3+x-1)$

$=(2x-3)(3x-4)$

d. $D=(5x+3)(2x+1)-(2x+1)$

$=(5x+3)(2x+1)-(2x+1)\times1$

$=(2x+1)(5x+3-1)$

$=(2x+1)(5x+2)$

Thème 5 : Équations et inéquations

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

1. $4x-1=0 \Leftrightarrow 4x=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{4}$.

2. $4(x+2)=1 \Leftrightarrow 4x+8=1 \Leftrightarrow 4x=-7 \Leftrightarrow x=-\frac{7}{4}$.

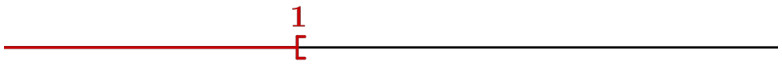
3. $2x-3=3x+1 \Leftrightarrow 2x-3x=1+3 \Leftrightarrow -x=4 \Leftrightarrow x=-4$.

4. $\frac{5}{2}x-8=-2x+10 \Leftrightarrow \frac{5}{2}x+\frac{4}{2}x=18 \Leftrightarrow \frac{9}{2}x=18 \Leftrightarrow x=18\times\frac{2}{9}=4$.

Exercice 2

Résoudre les inéquations suivantes et représenter les solutions sur une droite :

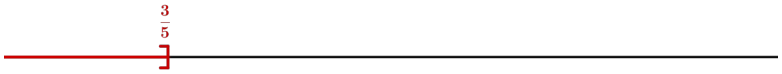
1. $3x+2<5 \Leftrightarrow 3x<3 \Leftrightarrow x<\frac{3}{3} \Leftrightarrow x<1$.



2. $5>1-2x \Leftrightarrow 4>-2x \Leftrightarrow \frac{4}{-2}<x \Leftrightarrow -2<x$.

3. $x+4\geqslant 3x-4 \Leftrightarrow x-3x\geqslant -4-4 \Leftrightarrow -2x\geqslant -8 \Leftrightarrow x\leqslant\frac{-8}{-2} \Leftrightarrow x\leqslant 4$.

4. $2(x-1)\leqslant 3(2-x)-5 \Leftrightarrow 2x-2\leqslant 6-3x-5 \Leftrightarrow 2x+3x\leqslant 6-5+2 \Leftrightarrow 5x\leqslant 3 \Leftrightarrow x\leqslant\frac{3}{5}$.



Exercice 3

Si j'achète 3 disques au même prix, je paie la même somme que si j'en achète un seul avec un livre qui coûte 25€. Combien coûte un disque ?

Soit x le prix d'un disque. Si j'achète 3 disques, cela me coûtera $3x$ euros.

Si j'achète un disque et un livre à 25 euros, cela me coûtera $x+25$ euros.

Ces deux sommes étant égales, il faut donc résoudre une équation.

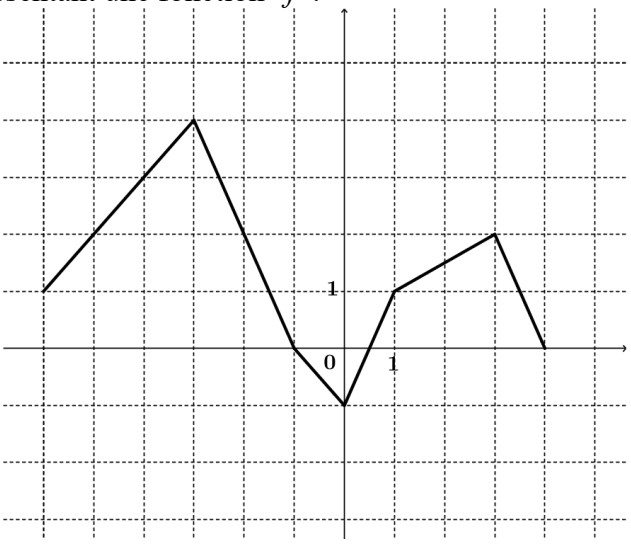
$3x=x+25 \Leftrightarrow 2x=25 \Leftrightarrow x=\frac{25}{2}=12{,}5$.

Ainsi un disque coûte $12{,}5$ €.

Thème 6 : Fonctions

Exercice 1

Dans cet exercice, on donnera toutes les réponses par lecture graphique sans justifier. On considère la courbe ci-dessous représentant une fonction f .



1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

x	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	0	-1	1	1,5	2	0

2. Donner les antécédents de 2.
Les antécédents de 2 par la fonction f sont -5 , -2 et 3.
3. Donner l'image de -5 par la fonction f .
L'image de -5 par la fonction f est 2.

Exercice 2

Soit f et g les fonctions définies sur l'ensemble des réels par :

$$f(x)=-7x+65 \text{ et } g(x)=5x^2-3x+2$$

1. Calculer f (-1) .
On a $f(-1)=-7\times(-1)+65=7+65=72$.
2. Calculer l'image de 1 par la fonction g puis l'image de 2 par la fonction g .
$g(1)=5\times1^2-3\times1+2=5-3+2=4$ et $g(2)=5\times2^2-3\times2+2=5\times4-6+2=20-4=16$.
3. Résoudre l'équation $f(x)=8$.

$$f(x)=8 \Leftrightarrow -7x+65=8 \Leftrightarrow -7x=-57 \Leftrightarrow x=\frac{-57}{-7} \Leftrightarrow x=\frac{57}{7} .$$

4. Calculer le ou les antécédents de 65 par la fonction f .

$$f(x)=65 \Leftrightarrow -7x+65=65 \Leftrightarrow 7x=0 \Leftrightarrow x=\frac{0}{7} \Leftrightarrow x=0 .$$