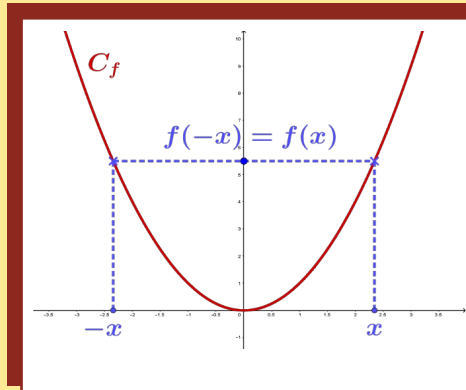


Fonctions de référence

I. Fonction carrée

- La **fonction carrée** est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.
- Elle est **strictement décroissante** sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ et **strictement croissante** sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
- C'est une fonction **positive** sur $\mathbb{R}$.
- Sa courbe représentative est **symétrique par rapport à l'axe des ordonnées**. Elle est appelée **parabole**.



- **Deux nombres positifs et leurs carrés sont rangés dans le même ordre :**
si $0 \leq a \leq b$ alors $0 \leq a^2 \leq b^2$
- **Deux nombres négatifs et leurs carrés sont rangés dans l'ordre inverse :**
si $a \leq b \leq 0$ alors $0 \leq b^2 \leq a^2$

Soit a un nombre réel. On considère l'équation $x^2 = a$ dans $\mathbb{R}$. Alors :

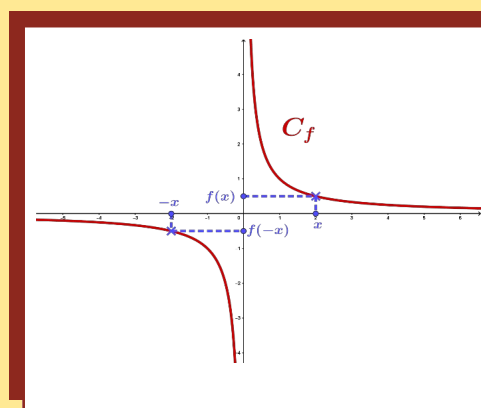
- Si $a < 0$, l'équation n'admet aucune solution.
- Si $a = 0$, l'équation admet $x = 0$ comme unique solution.
- Si $a > 0$, l'équation admet deux solutions $x = -\sqrt{a}$ et $x = \sqrt{a}$.

Soit a un nombre réel. On considère l'inéquation $x^2 \leq a$ dans $\mathbb{R}$. Alors :

- Si $a < 0$, l'inéquation n'admet aucune solution.
- Si $a = 0$, l'inéquation admet $x = 0$ comme unique solution.
- Si $a > 0$, l'inéquation admet l'ensemble solutions $[-\sqrt{a}; \sqrt{a}]$.

II. Fonction inverse

- La **fonction inverse** est la fonction définie sur $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.
- Elle est **strictement décroissante** sur $]-\infty; 0[$ et **strictement décroissante** sur $]0; +\infty[$.
- C'est une fonction **négative** sur $]-\infty; 0[$ et **positive** sur $]0; +\infty[$.
- Sa courbe représentative est **symétrique par rapport au centre du repère**. Elle est appelée **hyperbole**.
- La fonction inverse admet une **valeur interdite en 0**.



- Deux nombres positifs et leurs inverses sont rangés dans l'ordre inverse :

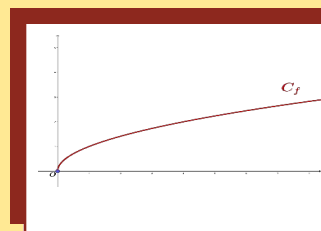
$$\text{si } 0 < a \leq b, \text{ alors } \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$$

- Deux nombres négatifs et leurs inverses sont rangés dans l'ordre inverse :

$$\text{si } a \leq b < 0, \text{ alors } \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$$

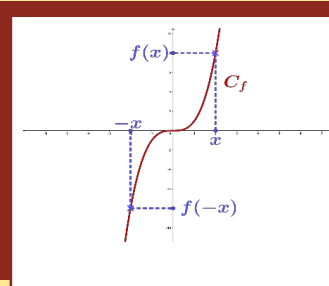
III. Fonction racine carrée

- La **fonction racine carrée** est la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.
- La fonction racine carrée est **strictement croissante** sur $[0; +\infty[$.
- La fonction racine carrée est **positive** sur $[0; +\infty[$.



IV. Fonction cube

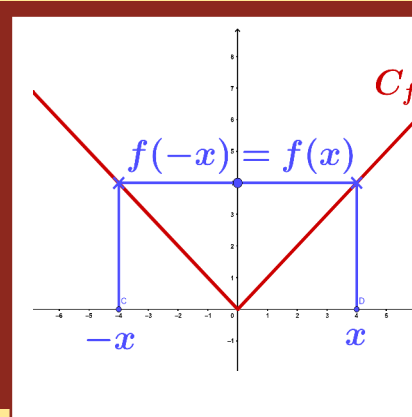
- La **fonction cube** est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$.
- Elle est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}$.
- C'est une fonction **négative** sur $]-\infty; 0[$ et **positive** sur $]0; +\infty[$.
- Sa courbe représentative est **symétrique par rapport au centre du repère**.



Soit a un nombre réel. L'équation $x^3 = a$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$ que l'on appelle **racine cubique** de a et que l'on note $\sqrt[3]{a}$ ou $x = a^{\frac{1}{3}}$.

V. Fonction valeur absolue

- La **fonction valeur absolue** est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x|$.
Le nombre $|x|$ est égal au nombre x si x est positif et au nombre $-x$ si x est négatif. Autrement dit :
 - Si $x \geq 0$, alors $|x| = x$
 - Si $x \leq 0$, alors $|x| = -x$
- Elle est **strictement décroissante** sur $]-\infty; 0[$ et **strictement croissante** sur $]0; +\infty[$.
- C'est une fonction **positive** sur $\mathbb{R}$.
- Sa courbe représentative est **symétrique par rapport à l'axe des ordonnées**.



Pour tout réel x , $\sqrt{x^2} = |x|$.

- $|x|=0$ équivaut à $x=0$.
- $|x|=|y|$ équivaut à $x=y$ ou $x=-y$.
- Pour tous réels x et y , on a :
 - $|xy| = |x| \times |y|$
 - si $y \neq 0$, $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$
 - $|x+y| \leq |x| + |y|$ (**inégalité triangulaire**)

VI. Positions relatives

Soit x un nombre réel positif.

- Si $0 \leq x \leq 1$, alors $x^3 \leq x^2 \leq x$
- Si $x \geq 1$, alors $x \leq x^2 \leq x^3$

Soit f , g et h les fonctions définies sur $[0; +\infty[$ par $f(x)=x$, $g(x)=x^2$ et $h(x)=x^3$. On note C_f , C_g et C_h leurs représentations graphiques respectives dans un repère $(O; I, J)$.

- Si $0 \leq x \leq 1$, alors C_g est « en dessous » de C_f qui est « en dessous » de C_h .
- Si $x \geq 1$, alors C_h est « en dessous » de C_f qui est « en dessous » de C_g .

