

Colinéarité de vecteurs

Exercice 1



Trouvez le réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.

1. $\vec{AB} = \dots\dots\dots \vec{AE}$

2. $\vec{AD} = \dots\dots\dots \vec{AE}$

3. $\vec{EC} = \dots\dots\dots \vec{AB}$

4. $\vec{CD} = \dots\dots\dots \vec{AB}$

Exercice 2

On donne les points $A(3; -1)$, $B(2; 0)$ et $C(1; 4)$. M est le point tel que $\vec{AM} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$.

1. Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{AM}$.

2. Déduisez-en les coordonnées du point M puis placez M .

Exercice 3



Dans chacun des cas suivants, trouvez le nombre k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.

1. $\vec{AB} = \dots\dots\dots \vec{AE}$

2. $\vec{AD} = \dots\dots\dots \vec{BE}$

3. $\vec{EC} = \dots\dots\dots \vec{AB}$

4. $\vec{CD} = \dots\dots\dots \vec{DE}$

Exercice 4

On donne les points $A(5; 3)$, $B(-1; 0)$ et $C(1; 6)$.

1. Calculez les coordonnées des points M et N , milieux respectivement de $[AB]$ et $[AC]$.

2. Vérifiez que $\vec{BC} = 2\vec{MN}$.

Exercice 5

Pour chaque question, précisez s'il existe une valeur de x pour laquelle les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

1. $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix}$.

2. $\vec{u} \begin{pmatrix} -x \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ x \end{pmatrix}$.

Exercice 6

Pour chaque question, les points M , N et P sont-ils alignés ?

1. $M(4; -1)$, $N(7; -3)$ et $P(-5; 5)$.

2. $M(-2; 3)$, $N(-3; 7)$ et $P(-5; 14)$.

Exercice 7

On considère un triangle AGF non aplati.

1. Placer les point B et C tels que $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{GC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{GF}$.

2. Démontrer que les points A, B et C sont alignés :

- a. Par le calcul vectoriel ; b. En choisissant un repère du plan.

Exercice 8

Le plan est muni d'un repère. Dans chacun des cas suivants, dire si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. Dans l'affirmative, préciser le coefficient de colinéarité.

a. $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 10 \\ 24 \end{pmatrix}$;

b. $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$;

c. $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$;

d. $\vec{u} \begin{pmatrix} 1-\sqrt{2} \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 3+3\sqrt{2} \end{pmatrix}$;

e. $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 33 \\ 7 \\ 22 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \\ 15 \\ -4 \end{pmatrix}$;

f. $\vec{u} \begin{pmatrix} 5\sqrt{6} \\ \sqrt{75} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$.

Exercice 9

Le plan est muni d'un repère. Dans chacun des cas suivants, déterminer les valeurs possibles du réel x de sorte que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

a. $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x+1 \\ 2 \end{pmatrix}$;

b. $\vec{u} \begin{pmatrix} x-1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ x+1 \end{pmatrix}$;

c. $\vec{u} \begin{pmatrix} x+1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice 10

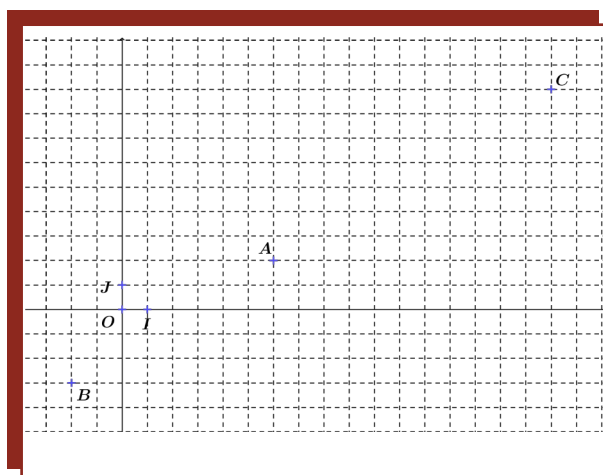
Dans un repère (O;I,J) du plan, soit les points A(1;-2), B(3;5), C(1;-1) et D(x;3). Déterminer x pour que les droites (AB) et (CD) soient parallèles.

Exercice 11

On considère les points A, B et C du plan rapporté au repère (O;I,J).

1. Que peut-on dire des points A, B et C ? Vérifier votre conjecture.

2. Si le point D a pour coordonnées (120;75), le quadrilatère BADO est-il un trapèze ?



Exercice 12

Placez les points A(5;1), B(-4;4), C(-3;-2) et D(0;-3). Prouvez que le quadrilatère ABCD est un trapèze.

Exercice 13

Dans un repère du plan, on considère les points A(0;1), B(1,5;2), C(5,5;3) et D(1;0). Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Exercice 14

Dans un repère du plan, on considère les points $A(1; -1)$, $B(-2; 3)$, $C(5; -6)$ et $D(1297; -1729)$. Les points A , B , C et D sont-ils alignés ?

Exercice 15

Démontrer que les points A , B et C sont alignés si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

Exercice 16

Le plan est muni d'un repère. Préciser si les points A , B et C sont alignés dans chacun des cas suivants :

- $A(3; 4)$, $B(0; 2)$ et $C(-2; 1)$.
- $A(-100; 145)$, $B(-50; 15)$ et $C(40; -219)$.
- $A\left(\frac{5}{4}; 3\right)$, $B\left(\frac{1}{2}; 4\right)$ et $C\left(\frac{1}{4}; \frac{13}{3}\right)$.

Exercice 17

Soit a un réel. On considère dans un repère les points $A(-1; 2)$, $B(0; 3)$ et $C(a^2; 3a+1)$.

- Déterminer les valeurs de a pour lesquelles les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ soient colinéaires.
- Déterminer les valeurs de a pour lesquelles les points A , B et C sont alignés.

Exercice 18

ABCD est un parallélogramme. I et J sont les points définis par $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{CD}$.
Démontrer que $[AJ]$ et $[CI]$ ont le même milieu.

Exercice 19

Soit A et B deux points distincts. On se propose de construire le point M tel que :

$$\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$$

- Démontrer que $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB}$.
- Pourquoi le point M est-il un point de la droite (AB) ? Construisez-le.

Exercice 20

Soit ABC un triangle.

- Construire le point D tel que $5\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.
- Démontrer que $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{5}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$.
- En déduire que les points B , C et D sont alignés.

Exercice 21

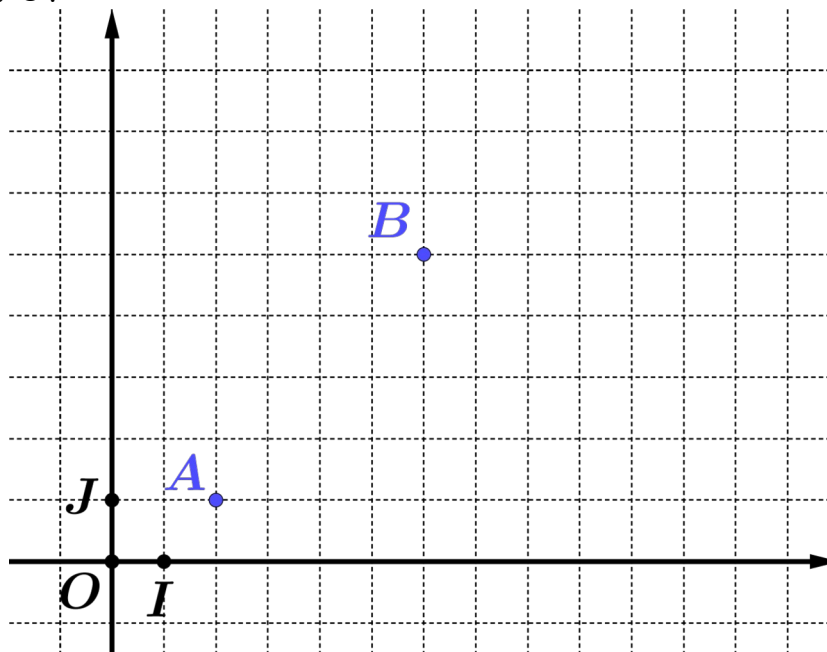
On donne les points $A(-4; 4)$, $B(5; 8)$, $C(-2; 0)$ et $D(8; 2)$.

- Démontrez que les droites (AC) et (BD) sont parallèles.
- Démontrez que les droites (AB) et (CD) sont sécantes.
- Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$?

Exercice 22

A et B sont deux points donnés. C est le point tel que $3\vec{AB} - 2\vec{AC} = \vec{0}$.

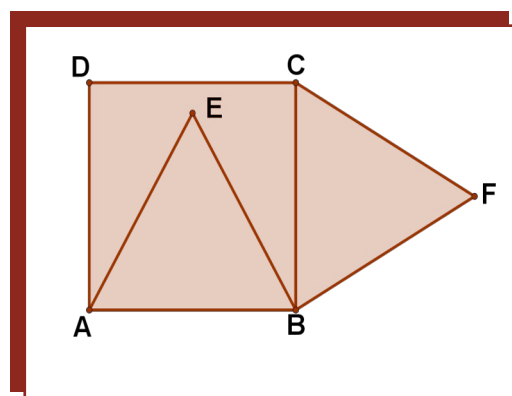
- Justifiez que $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires.
- Placez le point C.



Exercice 23

ABCD est un carré et les triangles AEB et BCF sont équilatéraux.

- Justifier que $(A; B, D)$ est un repère du plan.
- Quelles sont les coordonnées des points D, E et F dans ce repère ?
- Démontrer que les points D, E et F sont alignés.
- Autre méthode : Démontrer l'alignement des points D, E et F en prouvant que l'angle $\widehat{FED}$ est un angle plat
(Indication : $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ et $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$).



Exercice 24

On considère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan. Soit les points $A(6; -1)$ et $B(-2; 3)$.

Écrire en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ les vecteurs suivants :

- $\vec{OA}$;
- $\vec{OB}$;
- $\vec{AB}$.

Exercice 25

Soit ABC un triangle. Le point I est tel que $\vec{BI} = \frac{2}{5}\vec{BA}$, le point J est l'image de C par la translation de vecteur $\vec{AC}$, et le point K est défini par la relation vectorielle :

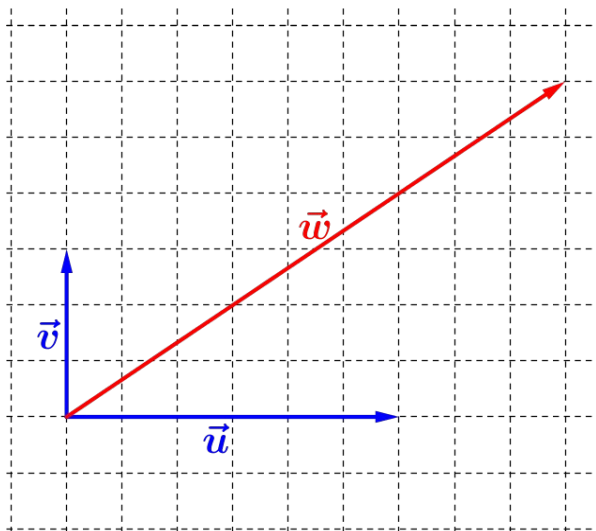
$$-3\vec{AK} + 3\vec{BK} + 10\vec{CK} = \vec{0}$$

- Montrer que les points I, J et K sont alignés.
- Préciser la position de K sur $[IJ]$.

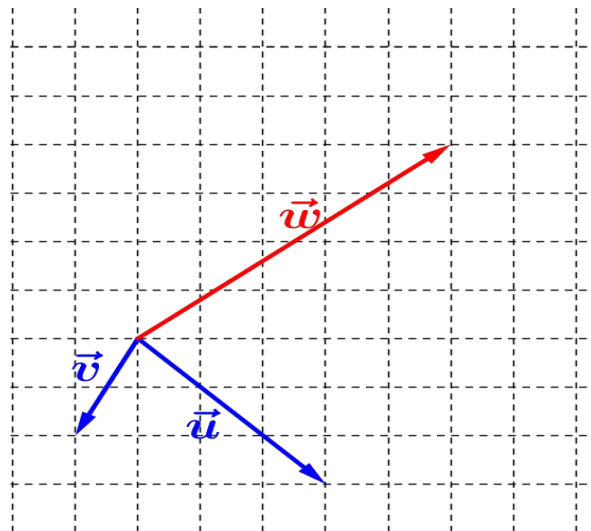
Exercice 26

Dans chacun des cas, décomposer le vecteur $\vec{w}$ en fonction des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

a.



b.



Exercice 27

Soit A, B, C des points non alignés et N et P tels que $\vec{AN} = \frac{3}{2} \vec{AB} + \vec{AC}$ et $\vec{BP} = \frac{2}{5} \vec{BC}$.

1. Faire une figure.
2. Décomposer le vecteur $\vec{AP}$ en fonction des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.
3. En déduire que les vecteurs $\vec{AP}$ et $\vec{AN}$ sont colinéaires.
Qu'en déduit-on pour les points A, P et N ?

Exercice 28

Soit A, B, C des points non alignés et N et P tels que $\vec{AN} = \frac{3}{2} \vec{AB} + \vec{AC}$ et $\vec{BP} = \frac{2}{5} \vec{BC}$.

1. Faire une figure et expliquer pourquoi $(A; \vec{AB}, \vec{AC})$ est un repère du plan.
2. Quelles sont les coordonnées des points A, B et C dans ce repère ?
3. Calculer les coordonnées du point P puis montrer que les points A, P et N sont alignés.

Exercice 29

Soit ABC un triangle. Soit M et N les points tels que $\vec{AM} = 2\vec{BC}$ et $\vec{BN} = -\vec{AC}$.
Déterminer les coordonnées de M et N dans le repère $(A; \vec{AB}, \vec{AC})$.

Exercice 30

Soit A, B et C trois points non alignés. Les points D, E et F sont définis par :

$$\vec{AD} = 3\vec{AB}, \quad \vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AC} \quad \text{et} \quad \vec{BF} = 2\vec{BC}$$

Démontrer que les points D, E et F sont alignés.

Exercice 31

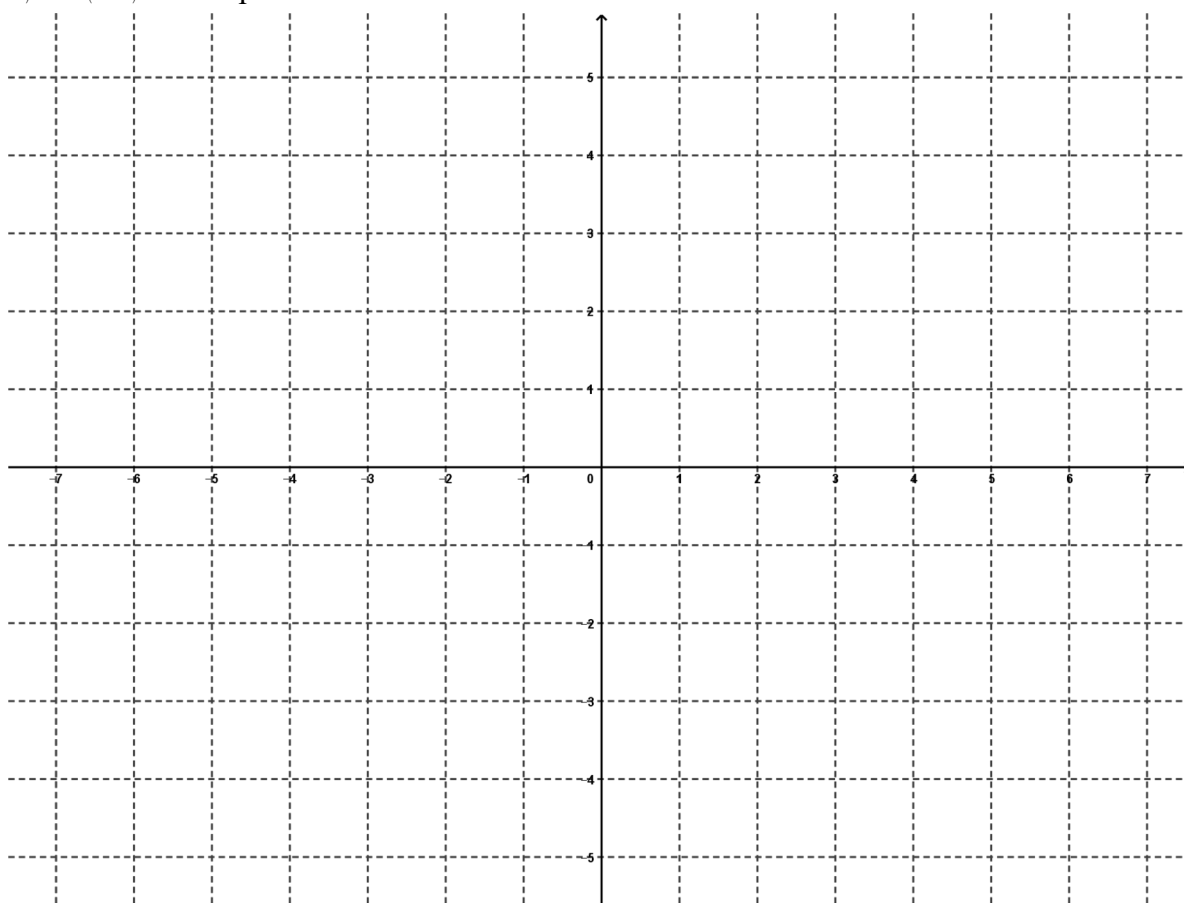
Soit un carré ABCD de côté a , E le milieu de $[AD]$ et F le milieu de $[BC]$.

1. Faire une figure.
2. On souhaite démontrer que les droites (EB) et (DF) sont parallèles de différentes manières.
 - a. *Méthode 1* : Exprimer le vecteur $\overrightarrow{EB}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
Faire de même pour le vecteur $\overrightarrow{DF}$. Conclure.
 - b. *Méthode 2* : Dans le repère $(D; \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA})$, donner les coordonnées des points D, C, B, A, E et F. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{DF}$. Conclure.
 - c. *Méthode 3* : Pour finir, démontrer le résultat en considérant les angles.

Exercice 32

Le plan étant muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(-3;1)$, $B(1;-1)$, $C(3;3)$ et I milieu du segment $[AC]$.

1. Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.
2. Soit $E(a;2)$. Déterminer a tel que A, B et E soient alignés.
3. Quelle est la nature du triangle ABC ?
4. a. Déterminer les coordonnées du point D image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
b. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?
5. Déterminer les coordonnées du point J, symétrique de A par rapport à B.
6. Déterminer les coordonnées du point F appartenant à l'axe des abscisses tel que A, B et F soient alignés.
7. Déterminer les coordonnées du point G appartenant à l'axe des ordonnées tel que les droites (BG) et (AI) soient parallèles.



Exercice 33

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan et les points $A(2;1)$, $B(7;1)$ et $C(5;4)$. On note IJKL un rectangle construit sur les côtés du triangle ABC ($I \in [AB]$, $J \in [AC]$, $K \in [CB]$ et $L \in [AB]$). Déterminer la position du point I sur le segment $[AB]$ pour que IJKL soit un carré.