Probabilités

Exercice 1

On écrit sur les faces d'un dé cubique les lettres du mot oiseau. On lance le dé et on regarde la lettre inscrite sur sa face supérieure.

1. Donner l'ensemble des issues possibles de cette épreuve aléatoire.
2. Donner les éléments de l'événement A : « Obtenir une voyelle ».
3. On suppose le dé parfaitement équilibré. Calculer la probabilité de l'événement A.

Exercice 2

On fait tourner une roue de loterie formée de huit secteurs : un bleu (B), quatre rouges (R) et trois jaunes (J). Un secteur est alors désigné par une flèche.
On suppose que chaque secteur a la même probabilité d'être désigné.

1. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
B : « La couleur désignée est le bleu ».
R : « La couleur désignée est le rouge ».
J : « La couleur désignée est le jaune ».
2. Déterminer de deux façons différentes la probabilité de l'événement « La couleur désignée n'est pas le rouge ».

Exercice 3

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes. Déterminer la probabilité des événements suivants :

1. A : « La carte tirée est le valet de cœur ».
2. B : « La carte tirée est le sept de pique ».
3. C : « La carte tirée est une dame ».
4. D : « La carte tirée est un trèfle ».

Exercice 4

Un sac opaque contient dix boules, quatre boules portant le numéro 1, trois boules portant le numéro 2, deux boules portant le numéro 3 et une boule portant le numéro 4. On tire au hasard une boule et on lit le nombre de points.

1. Déterminer l'ensemble des résultats possibles de cette épreuve aléatoire.
2. Donner, à l'aide d'un arbre, la loi de probabilité.
3. Calculer la probabilité de l'événement A : « Obtenir au moins 2 points ».

Exercice 5

On lance deux fois de suite une pièce de monnaie non truquée. Quelle est la probabilité de chacun des événements suivants ?

1. A : « On obtient deux fois PILE ».
2. B : « On obtient deux fois FACE ».
3. C : « On obtient deux résultats distincts ».

Exercice 6

Au début d'une séance de cinéma, on distribue au hasard un billet de loterie à chacun des 120 spectateurs. Parmi les 120 billets distribués, trois donnent droit à 4 places gratuites, 6 donnent droit à trois places gratuites, 18 donnent droit à deux places gratuites, 42 donnent droit à une place gratuite et les autres billets ne gagnent rien.

1. Quelle est la probabilité pour un spectateur de gagner exactement deux places gratuites ?
2. Quelle est la probabilité pour un spectateur de ne rien gagner ?
3. On s'intéresse au nombre de places gratuites gagnées avec un billet.
a. Quels sont les résultats possibles ?
b. Déterminer la loi de probabilité de cette expérience.
c. Quelle est la probabilité pour un spectateur de gagner au moins deux places gratuites.

Exercice 7

Un sac contient cinq jetons :
• un bleu valant 3 points
• deux rouges $R1$ et $R2$ valant chacun 2 points
• deux verts $V1$ et $V2$ valant chacun 1 point

1. On tire un jeton au hasard. Quelle est la probabilité :
a. De tirer un jeton rouge ?
b. D'obtenir au moins deux points ?
2. On tire un jeton puis un deuxième jeton sans remettre le premier jeton dans le sac.
a. Faire un arbre indiquant les tirages possibles.
b. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants.
A : « Tirer deux jetons de couleurs différentes ».
B : « Obtenir 4 points ».
C : « Obtenir 4 points avec deux jetons de couleurs différentes ».
D : « Obtenir au moins 4 points ».

Exercice 8

On dispose de deux dés cubiques bien équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. L'un de ces dés est vert, l'autre est rouge. On lance les deux dés et on note d'abord le nombre sur le dé vert, puis celui sur le dé rouge.

1. Représenter, à l'aide d'un tableau à double entrée, l'ensemble des résultats possibles de cette épreuve aléatoire.
2. Quelle est la probabilité de chaque issue ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir les mêmes numéros sur les deux dés ?
4. Quelle est la probabilité que la somme soit égale à 4 ?
5. Quelle est la probabilité que la somme soit strictement supérieure à 7 ?

Exercice 9

On lance successivement un dé cubique parfait et une pièce de 1€ bien équilibrée.
À PILE on associe le nombre 1 et à FACE on associe le nombre 2.
Un résultat de l'épreuve aléatoire est la somme du numéro obtenu sur le dé et du nombre obtenu.

1. Dresser un arbre donnant toutes les possibilités.
2. En déduire la probabilité d'obtenir une somme :
a. Impaire ; **b.** Multiple de 3 ; **c.** Égale à 6 ;
d. Ni 6, ni 5 ; **e.** Au moins 4 ; **f.** Au plus 3.

Exercice 10

Une boîte contient beaucoup de billes unicolores, rouges, vertes ou bleues. On prend une poignée de trois billes.

On s'intéresse aux événements :

A : « Deux billes au moins sont vertes ».

B : « Les trois billes sont de la même couleur ».

C : « Il y a au moins une bille rouge ».

D : « Aucune bille n'est rouge ».

E : « Le tirage est tricolore ».

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

1. Les événements A et B sont incompatibles.

2. Les événements B et E sont contraires.

3. Les événements A et C sont incompatibles.

4. Les événements C et D sont contraires.

5. Les événements A et E sont disjoints.

Exercice 11

On considère deux événements A et B tels que : $P(A)=0,7$, $P(B)=0,4$ et $P(A\cap B)=0,2$.

1. Calculer $P(A\cup B)$.

2. Calculer $P(\overline{A})$.

3. C est un événement tel que B et C sont incompatibles et $P(C)=0,3$. Calculer $P(B\cup C)$.

Exercice 12

Soit A et B deux événements incompatibles tels que $P(A)=0,4$ et $P(B)=0,2$.

Calculer $P(A\cap B)$ et $P(A\cup B)$.

Exercice 13

Soit A et B deux événements tels que $P(A)=0,3$, $P(B)=0,1$ et $P(A\cup B)=0,3$

1. Donner la relation liant $P(A)$, $P(B)$, $P(A\cap B)$ et $P(A\cup B)$.

2. Calculer $P(A\cap B)$.

Exercice 14

Dans une classe de seconde de 35 élèves, l'allemand et l'espagnol sont étudiés. On sait que 30 élèves étudient au moins une des deux langues, 15 élèves étudient l'allemand et 20 l'espagnol.

On interroge un élève au hasard dans cette classe.

1. Calculer la probabilité que l'élève interrogé étudie :

a. L'allemand.

b. L'espagnol.

c. L'allemand et l'espagnol.

2. Calculer la probabilité que ce soit un élève qui n'étudie aucune des deux langues.

Exercice 15

Dans un groupe de 20 personnes, 10 personnes s'intéressent à la pêche, 8 à la lecture et 3 à la fois à la pêche et à la lecture. On choisit au hasard une personne du groupe.

1. Calculer la probabilité qu'elle s'intéresse à la pêche ou à la lecture.

2. Calculer la probabilité qu'elle ne s'intéresse ni à la pêche, ni à la lecture.

Exercice 16

Le tableau suivant indique les résultats d'un groupe d'élèves à un examen en fonction de leur qualité d'interne ou d'externe.

	interne	**externe**
admis	58	212
non admis	40	75

1. On rencontre par hasard un élève de ce groupe. Quelle est la probabilité que cet élève soit :
a. Interne admis ?
b. Externe ?
c. Non admis ?
d. Externe non admis ?
e. Externe ou non admis ?
2. On rencontre par hasard un interne. Quelle est la probabilité qu'il soit admis ?
3. On rencontre par hasard un élève non admis. Quelle est la probabilité qu'il soit externe ?

Exercice 17

Dans une entreprise, le personnel peut suivre des cours d'anglais ou suivre un stage d'informatique.
L'ensemble des 200 salariés se répartit de la façon suivante :

	cours d'informatique	
cours d'anglais	oui	non
oui	45	33
non	70	52

On choisit au hasard un des salariés de cette entreprise. On note les événements A et B suivants :
A : « Le salarié suit le cours d'anglais ».
B : « Le salarié suit le stage d'informatique ».
Exprimer chacun des événements suivants à l'aide de A et B et calculer leur probabilité :
1. « Le salarié suit le cours d'anglais et le stage d'informatique ».
2. « Le salarié suit le cours d'anglais sans suivre le stage d'informatique ».
3. « Le salarié suit le cours d'anglais ou le stage d'informatique ».

Exercice 18

Un sondage a été réalisé parmi la population des 300 élèves de seconde d'un lycée. Deux questions ont été posées : « Êtes-vous fumeur ? » et « Pratiquez-vous un sport ? ».
Les renseignements obtenus ont permis d'établir que :
• 80 élèves ne sont ni fumeurs, ni sportifs ;
• la moitié des élèves sont des fumeurs ;
• 40% des élèves fumeurs déclarent pratiquer un sport.
1. Compléter le tableau suivant :

	sportifs	**non sportifs**	**total**
fumeurs			
non fumeurs			
total			

2. Un élève de seconde de ce lycée est choisi au hasard.
Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « Il ne fume pas ».
B : « C'est un sportif qui fume ».
C : « Il ne fait pas partie des sportifs qui fument ».
D : « C'est un sportif ou il fume ».

Exercice 19

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie usuelle présentant deux côtés : PILE ou FACE.
On obtient ainsi une suite « ordonnée » de trois résultats (par exemple « PILE, PILE, FACE » sera noté $(P;P;F)$).
1. Écrire tous les résultats possibles de cette épreuve aléatoire (on pourra utiliser un arbre).
2. Calculer la probabilité de l'événement A : « Les trois résultats sont identiques ».
3. Calculer la probabilité de l'événement B : « La suite des trois résultats commence par pile ».
4. Calculer la probabilité de l'événement $A \cap B$. En déduire celle de l'événement $A \cup B$.

Exercice 20

Un couple de futurs parents décide d'avoir trois enfants. On fait l'hypothèse qu'ils auront, à chaque fois, autant de chances d'avoir un garçon qu'une fille et qu'il n'y aura pas de jumeaux.
Calculer la probabilité des événements :
1. A : « Ils auront trois filles ».
2. B : « Ils auront trois enfants de même sexe ».
3. C : « Ils auront au plus une fille ».
4. D : « Les trois enfants ne seront pas du même sexe ».

Exercice 21

Un bureau de poste possède deux guichets A et B dont l'un des deux au moins est ouvert.
On considère les événements E et F suivants :
E : « Le guichet A est ouvert ».
F : « Le guichet B est ouvert ».
Une étude statistique a montré que $P(E)=0,8$ et $P(F)=0,5$.
Un client se présente au bureau de poste.
1. Quelle est la probabilité que l'un au moins des guichets soit ouvert ?
2. Calculer la probabilité que les deux guichets soient ouverts.

Exercice 22

La probabilité dans une population qu'un individu possède un caractère génétique A est de $0,8$ et un caractère génétique B est de $0,6$. La probabilité qu'il possède les deux caractères est de $0,45$. Calculer la probabilité qu'il ne possède aucun des deux caractères.

Exercice 23

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes. Calculer la probabilité d'obtenir :
1. Un carreau.
2. Un valet.
3. Un carreau ou un valet.

Problèmes

Problème 1 *...Avec un tableau...*

On demande à 100 personnes d'indiquer leur loisir préféré parmi « Faire du sport », « Utiliser son ordinateur » et « Lire un livre ».

- Il y a 40% de femmes interrogées ;
- 35% des personnes interrogées préfèrent lire un livre ;
- 60% des hommes préfèrent faire du sport ;
- 10% des femmes préfèrent utiliser leur ordinateur ;
- le nombre de femmes préférant lire est égal à la moitié du nombre des hommes préférant faire du sport.

1. Construire un tableau résumant la situation.
2. On choisit au hasard une personne parmi les 100 personnes interrogées. On considère les événements suivant :
A : « La personne interrogée préfère le sport ».
B : « La personne interrogée est un homme ».
a. Calculer les probabilités $P(A)$ et $P(B)$.
b. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ puis calculer $P(A \cap B)$.
3. Définir en une phrase l'événement $A \cup B$ puis calculer $P(A \cup B)$ en utilisant :
a. Le tableau.
b. Une formule.
4. On interroge maintenant une personne préférant faire du sport. Quelle est la probabilité que cette personne soit un homme ?

Problème 2 *...Avec un arbre pondéré...*

Une production en très grande série contient 90% de pièces conformes et 10% de pièces défectueuses. Un contrôle de qualité accepte les pièces conformes dans 92% des cas et rejette les pièces défectueuses dans 94% des cas.
On tire une pièce au hasard dans la production après le contrôle qualité.
On note les événements suivants :
C : « La pièce tirée est conforme ».
A : « La pièce tirée a été acceptée par le contrôle de qualité ».

1. Modéliser la situation à l'aide d'un arbre en indiquant sur chaque branche la probabilité correspondante.
2. Donner la probabilité pour que la pièce tirée soit :
a. Conforme et acceptée par le contrôle.
b. Conforme et rejetée par le contrôle.
c. Défectueuse et acceptée par le contrôle.
d. Défectueuse et rejetée par le contrôle.
3. En déduire la probabilité que la pièce prélevée ait subi une erreur de contrôle.

Problème 3 *...Avec un diagramme de Venn...*

À la sortie d'un lycée, on interroge 100 élèves pour répondre à une enquête concernant la lecture de trois livres : *Harry Potter, Fascination* et *Eragon*. On obtient les résultats suivants :

- 47 élèves ont lu *Eragon*, 67 ont lu *Harry Potter* et 70 ont lu *Fascination* ;
- 32 élèves ont lu *Eragon* et *Harry Potter*, 43 ont lu *Harry Potter* et *Fascination* et 21 ont lu *Eragon* et *Fascination* ;
- 10 élèves ont lu les trois livres.

On considère les événements suivants :
E : « L'élève a lu *Eragon* ».
F : « L'élève a lu *Fascination* ».
H : « L'élève a lu *Harry Potter* ».

1. Donner une représentation de la situation.
2. Déterminer le nombre d'élèves :
a. Qui n'ont lu aucun des trois livres.
b. Qui ont lu uniquement *Fascination*.
3. On tire au hasard le nom d'un élève parmi les 100 élèves précédents. Tous les noms ont la même probabilité d'être tirés. Déterminer la probabilité des événements suivants :
B : « L'élève a lu exactement deux de ces livres ».
A : « L'élève a lu exactement un de ces livres ».
4. Définir en une phrase l'événement $E \cap F$ puis calculer $P(E \cap F)$.
5. Définir en une phrase l'événement $\overline{E} \cap \overline{F}$ puis calculer $P(\overline{E} \cap \overline{F})$.
6. Définir en une phrase l'événement $E \cup F$ puis calculer $P(E \cup F)$.