

Dérivation

Exercice 1

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 3$.

1. Calculer les images par la fonction f de 1 et 4.
2. Calculer le taux d'accroissement de f entre ceux deux valeurs.

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 4$.

1. Calculer les images par la fonction f de -1 et 2.
2. Calculer le taux d'accroissement de f entre ceux deux valeurs.

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{x+7}$.

1. Calculer les images par la fonction f de -2 et 1.
2. Calculer le taux d'accroissement de f entre ceux deux valeurs.

Exercice 4

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{2x+1}{x+6}$.

1. Calculer les images par la fonction f de 2 et 3.
2. Calculer le taux d'accroissement de f entre ceux deux valeurs.

Exercice 5

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sqrt{x+2}$.

1. Calculer les images par la fonction f de 0 et 5.
2. Calculer le taux d'accroissement de f entre ceux deux valeurs.

Exercice 6

Soit la droite d d'équation $y = 2x - 1$.

1. Tracer la droite d .
2. Tracer la courbe d'une fonction dont la droite d est la tangente au point d'abscisse 2.
3. Tracer la courbe d'une fonction dont la droite d est la tangente au point d'abscisse -3 .

Exercice 7

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$.

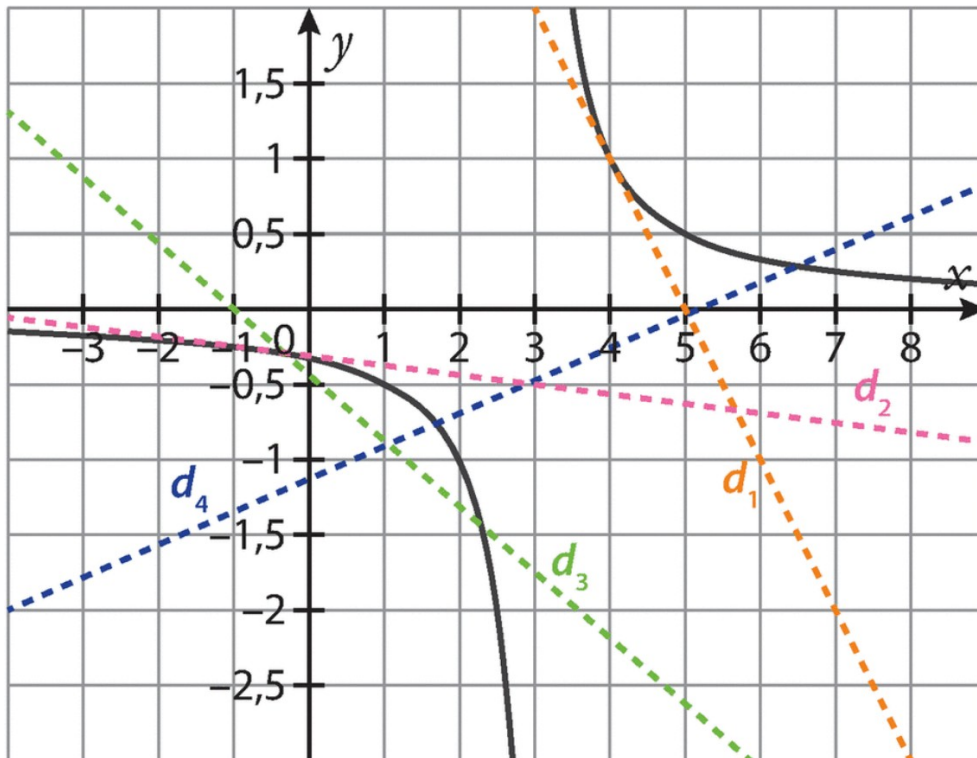
1. Tracer la courbe représentative C_f de f dans un repère orthonormé.
2. Tracer la sécante passant par les points $A(1; 1)$ et $B(3; 9)$.
3. Tracer la tangente au point d'abscisse 1 ainsi que celle au point d'abscisse 3.

Exercice 8

Dans un repère orthonormé, d est une droite et A un point de cette droite. Quelle est la tangente au point A à la droite d ?

Exercice 9

On considère ci-dessous la courbe représentative C_f d'une fonction f et quatre droites d_1 , d_2 , d_3 et d_4 .

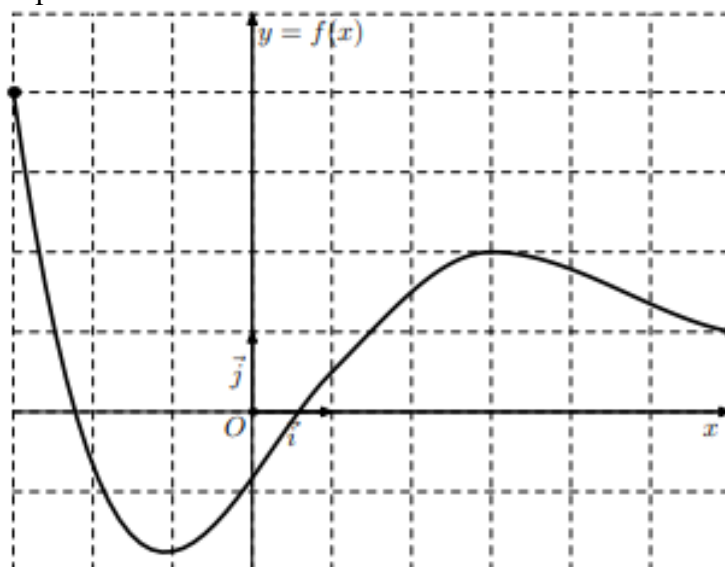


1. Quelles sont les droites qui sont sécantes à la courbe C_f ?
2. Quelles sont celles qui sont des tangentes à la courbe C_f ? Préciser alors en quel point.

Exercice 10

On considère une fonction f dont la courbe est donnée ci-dessous.

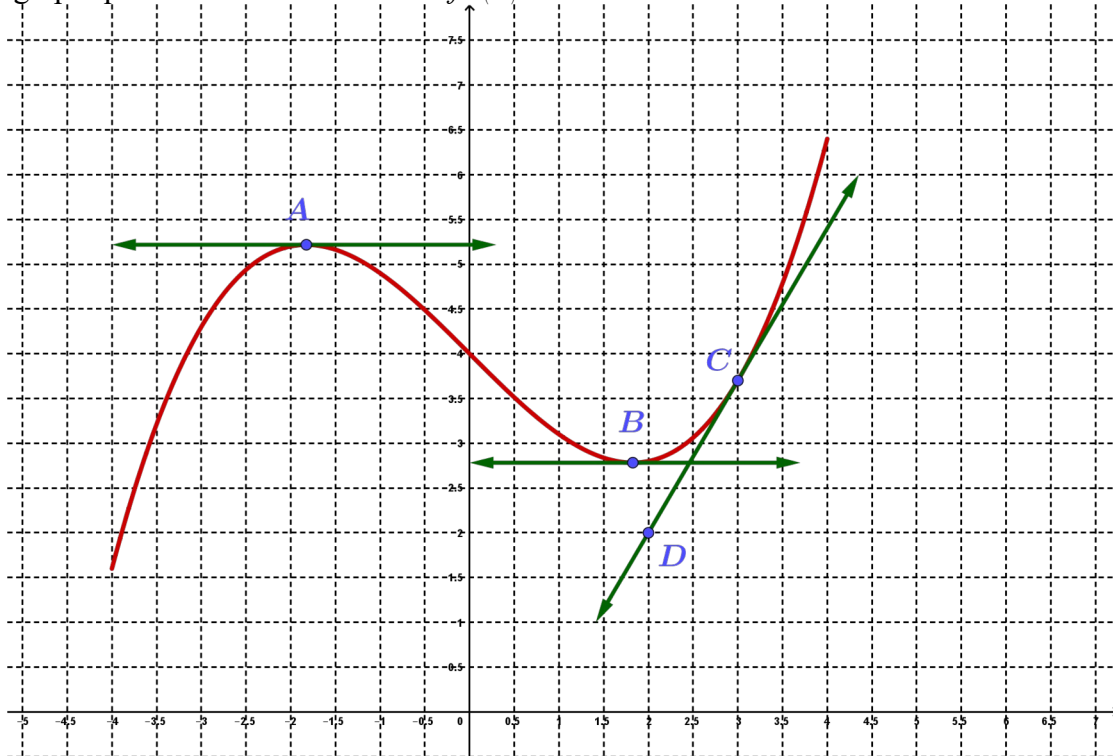
1. Tracer une sécante.
2. Tracer la tangente au point d'abscisse 1.
3. Tracer la tangente au point d'abscisse -2 .



Exercice 11

On a tracé ci-dessous la courbe représentative C_f d'une fonction f et ses tangentes en $A(-1,83; 5,22)$, $B(1,83; 2,78)$ et $C(3; 3,7)$.

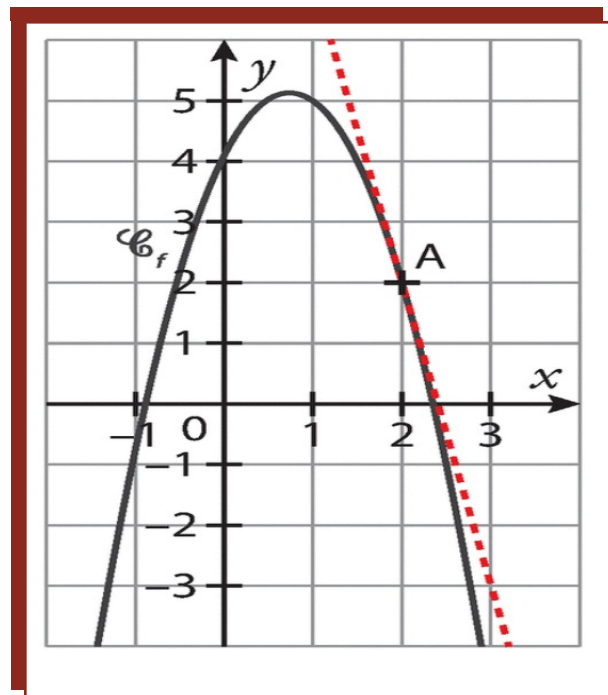
1. Lire graphiquement les nombres dérivés $f'(-1,83)$ et $f'(1,83)$.
2. Lire graphiquement le nombre dérivé $f'(3)$.



Exercice 12

On considère la représentation graphique ci-contre d'une fonction f et la tangente au point A d'abscisse 2 de la courbe.

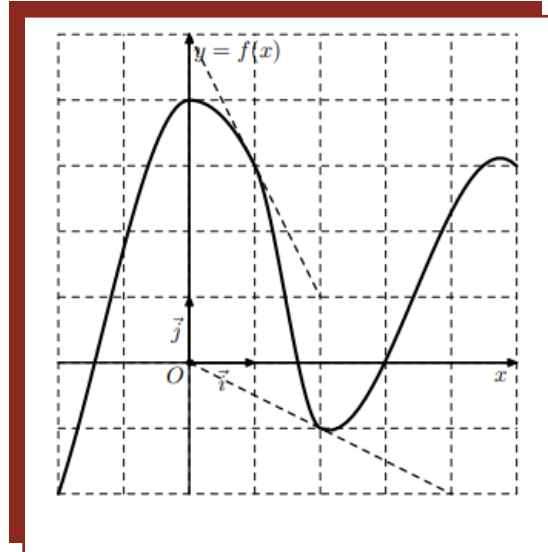
1. Déterminer graphiquement $f(2)$.
2. Déterminer graphiquement $f'(2)$.



Exercice 13

On considère la représentation graphique ci-contre d'une fonction f et les tangentes aux points d'abscisses 1 et 2 de la courbe.

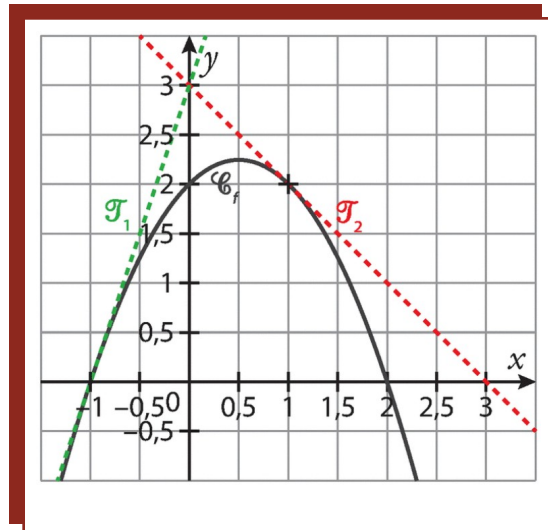
1. Déterminer graphiquement $f(1)$ et $f(2)$.
2. Déterminer graphiquement $f'(1)$ et $f'(2)$.
3. Quel est le nombre dérivé en 0 ?



Exercice 14

On considère la représentation graphique ci-contre d'une fonction f dont on a tracé les tangentes aux points d'abscisses -1 et 1 .

1. Déterminer graphiquement $f(-1)$ et $f(1)$.
2. Déterminer graphiquement $f'(-1)$ et $f'(1)$.
3. En quel point la tangente à la courbe a-t-elle un nombre dérivé nul ?



Exercice 15

1. Soit C_f la courbe représentative d'une fonction f . On sait que $f(-1)=2$ et $f'(-1)=-3$. Écrire une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse -1 .
2. Soit C_f la courbe représentative d'une fonction f . On sait que $f(2)=-3$ et $f'(2)=1$. Écrire une équation de la tangente T' à C_f au point d'abscisse 2 .

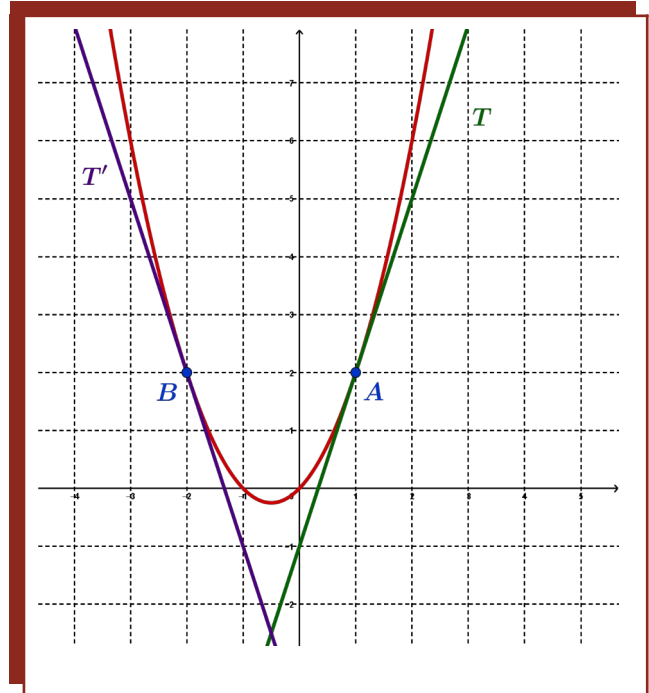
Exercice 16

1. Soit une fonction f définie sur \mathbb{R} telle que $f(4)=-1$ et $f'(4)=2$. Déterminer l'équation réduite de la tangente à C_f au point d'abscisse 4 .
2. Soit une fonction f définie sur \mathbb{R} telle que $f(-3)=7$ et $f'(-3)=-4$. Déterminer l'équation réduite de la tangente à C_f au point d'abscisse -3 .

Exercice 17

On donne ci-contre la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = x^2 + x$. On donne le point $A(1; 2)$ par lequel passe la tangente T ainsi que le point $B(-2; 2)$ par lequel passe la tangente T' .

1. Déterminer graphiquement le nombre dérivé en 1.
2. Déterminer alors une équation de la tangente T .
3. Déterminer graphiquement le nombre dérivé en -2 .
4. Déterminer alors une équation de la tangente T' .
5. Déterminer les coordonnées du point d'intersection entre T et T' .



Exercice 18

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} . On donne pour certaines valeurs de la variable x , la valeur $f(x)$ et le nombre dérivé de f en x .

x	0	2	4	6
$f(x)$	1	-2	-3	-2
$f'(x)$	-2	-1	0	1

1. Placer dans un repère les points connus de la courbe représentative de f .
2. Tracer les tangentes en ces points.
3. Donner une allure possible de la courbe représentative de la fonction f .

Exercice 19

Soit g une fonction définie sur \mathbb{R} . On donne pour certaines valeurs de la variable x , la valeur $g(x)$ et le nombre dérivé de g en x .

x	-2	1	2	6
$g(x)$	4	7	5	-5
$g'(x)$	1	0	-2	0

Reprendre les questions de l'exercice précédent.

Exercice 20

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$.

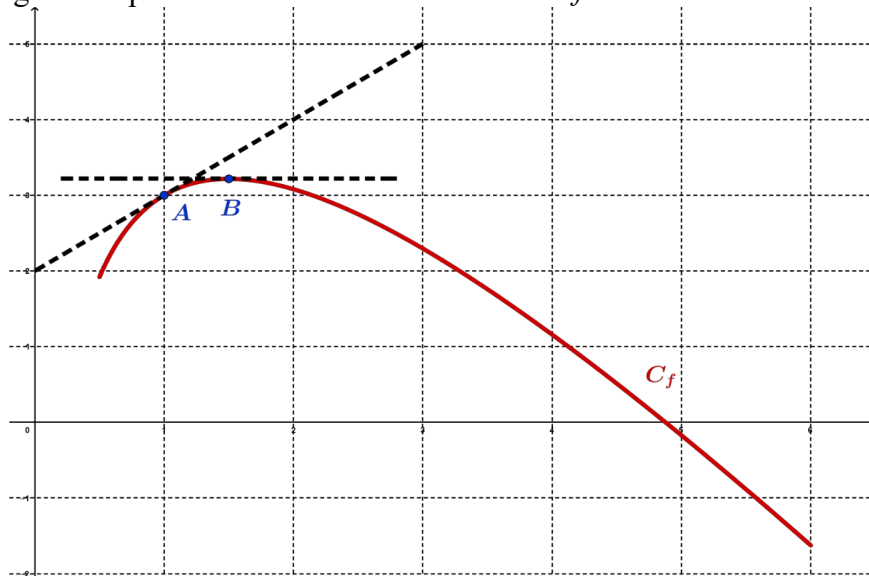
1. Déterminer une équation de la tangente T au point d'abscisse 2.
2. Déterminer une équation de la tangente T' au point d'abscisse 0.

Exercice 21

Soit f une fonction dont la courbe représentative C_f passe par le point $A(2; 3)$ et de nombre dérivé -4 en $x=2$. Déterminer une équation de la tangente à C_f au point A puis la tracer.

Exercice 22

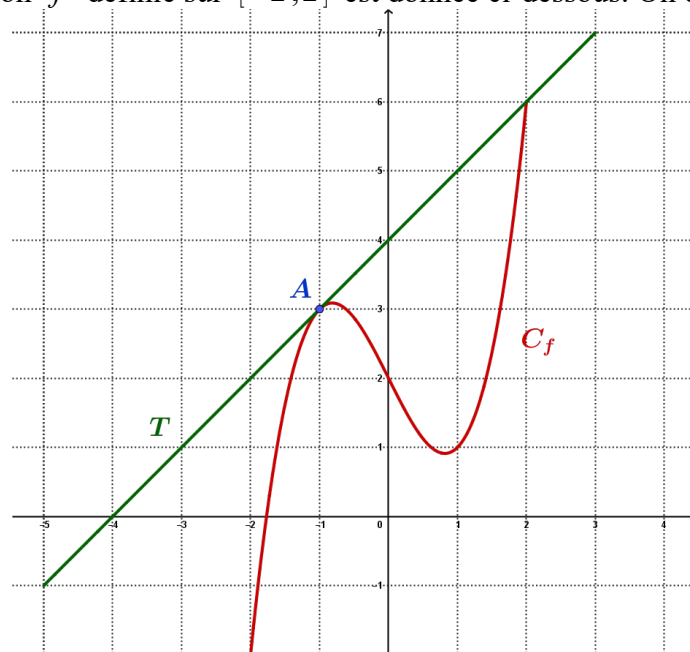
La courbe C_f ci-dessous représente, dans un repère orthonormé, une fonction f définie et dérivable sur $[0,5;6]$. Les points $A(1;3)$ et B d'abscisse 1,5 sont sur la courbe C_f . Les tangentes à la courbe C_f aux points A et B sont aussi représentées en pointillés sur ce graphique, la tangente au point B est horizontale. On note f' la fonction dérivée de f .



1. Que vaut $f'(1,5)$? Et $f(1)$? (On arrondira les résultats si besoin).
2. Déterminer $f'(1,5)$.
3. En déduire l'équation réduite de la tangente à C_f au point d'abscisse 1,5.
4. La tangente à la courbe C_f passant par A passe par le point de coordonnées $(0;2)$. Déterminer une équation de cette tangente.

Exercice 23

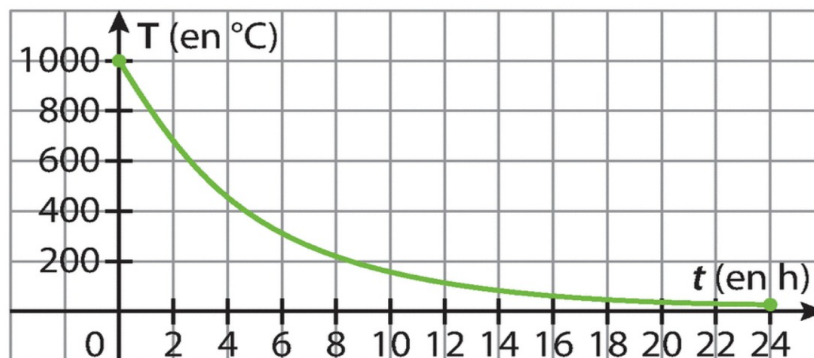
La courbe d'une fonction f définie sur $[-2;2]$ est donnée ci-dessous. On donne $A(-1;3)$.



Déterminer graphiquement l'équation réduite de la tangente T à C_f passant par A .

Exercice 24

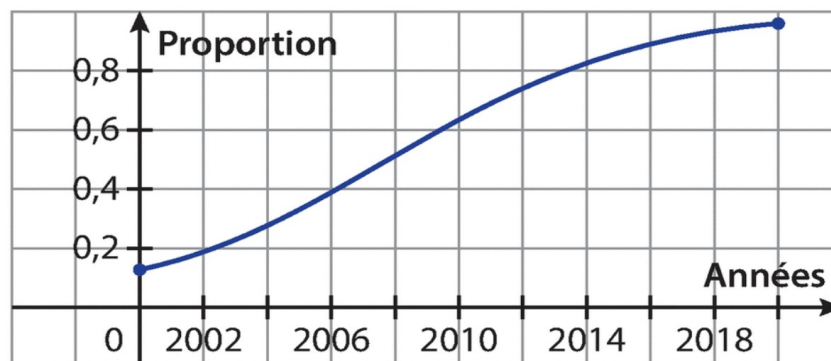
La température d'un four, en degrés Celsius, à l'instant t , en heures, est donnée par la fonction représentée ci-dessous.



1. Estimer graphiquement la vitesse instantanée à $t=6 h$.
2. Donner une estimation de la température moyenne sur les 14 premières heures.

Exercice 25

La courbe ci-dessous représente la proportion de ménages possédant une connexion fixe entre 2000 et 2020.



1. Estimer graphiquement la vitesse instantanée en 2008.
2. Comparer la vitesse de croissance avant 2014 et après 2014.

Exercice 26

Une entreprise fabrique et commercialise des cahiers de 96 pages de dimensions $24 \times 32 \text{ cm}$. On note x le nombre de cahiers produits et $C(x)$ le coût de production, en euro, de ces x cahiers. Un audit de l'entreprise a permis d'estimer que $C(x) = 3 \times 10^{-9} \times x^3 - 5,1 \times 10^{-5} \times x^2 + 2,1x$.

1. a. Calculer le coût de production de 10000 cahiers.
 b. En déduire le coût moyen de production d'un seul cahier sur ces 10000 cahiers.
2. On appelle coût marginal de x cahiers produits la différence $C(x+1) - C(x)$. Parmi les choix suivants, quel est celui qui interprète le mieux le coût marginal ?
 - Le coût de production de x cahiers
 - Le coût de production d'un cahier
 - La variation du coût de production induite par la production d'un cahier supplémentaire
 - Le bénéfice de l'entreprise
3. Calculer et interpréter le coût marginal lorsque $x=10000$.
4. a. Comparer le coût moyen de production obtenu à la question 1 et le coût marginal obtenu à la question 3 pour $x=10000$.
 b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 27

L'énergie électrique en joules (J), consommée par un radiateur de puissance 2000 W lorsqu'il fonctionne t secondes est donnée par $E(t) = 2000t$.

1. Calculer $E(t+1) - E(t)$. Interpréter cette différence dans le contexte de la situation. Quelle valeur retrouve-t-on ?
2. Expliquer pourquoi $E'(t) = 2000$.

Exercice 28

La concentration d'un médicament dans le sang (en mg/L) est donnée par une fonction C représentée en fonction du temps t (en heure) par la courbe suivante.

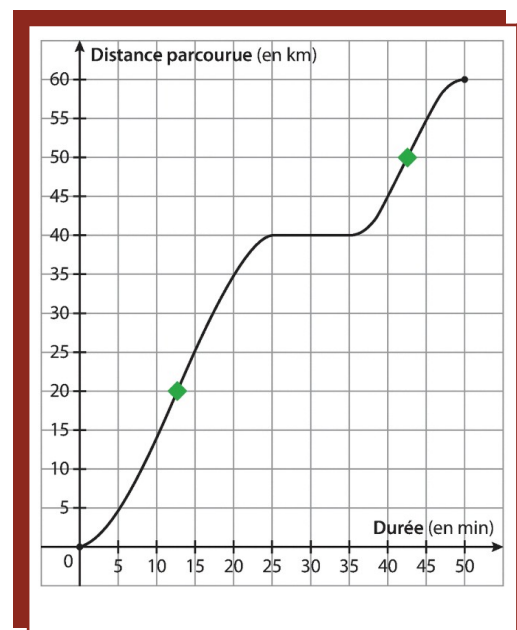


1. Quelle est la vitesse instantanée de l'évolution de la concentration au départ ? Après 8h ?
2. Pour quelle valeur de t la vitesse d'évolution de la concentration est-elle nulle ?
3. Sur quel intervalle $C'(t) > 0$?

Exercice 29

On donne la courbe représentant la distance parcourue par une voiture en fonction du temps. La balise verte placée au 20^e km représente un radar mobile.

1. Donner une valeur approchée du nombre dérivé à l'instant où la voiture passe devant le radar.
2. En déduire la vitesse instantanée de la voiture en km/h .
3. La limitation de vitesse étant de $90 km/h$, l'automobiliste se fera-t-il flasher ?
4. La gendarmerie décide de changer son radar mobile pour un radar tronçon entre les kilomètres 20 et 50.
 - a. À quels instants, approximativement, la voiture passe-t-elle devant chacun des radars ?
 - b. En déduire la vitesse moyenne de la voiture sur ce tronçon.
 - c. L'automobiliste est-il en excès de vitesse ?



Exercice 30

Dans chacun des cas, donner l'ensemble de définition de f , sa dérivée f' et l'ensemble de dérivabilité de f .

1. $f(x)=4$;
2. $f(x)=2x$;
3. $f(x)=-6x+1$;
4. $f(x)=\frac{3}{2}x-4$;
5. $f(x)=x^2$;
6. $f(x)=x^3$.

Exercice 31

Dans chacun des cas, déterminer le nombre dérivé en $x=-4$ puis en $x=0,01$.

1. $f(x)=-4$;
2. $g(x)=-3x+7$;
3. $h(x)=x^2$.

Exercice 32

Dans chacun des cas, donner l'ensemble de définition de f , sa dérivée f' et l'ensemble de dérivabilité de f .

1. $f(x)=x^2+5x$;
2. $f(x)=-9x-4$;
3. $f(x)=3x^2-4x+1$;
4. $f(x)=x^2+1$;
5. $f(x)=x^2+x+4$;
6. $f(x)=x^3-x$;
7. $f(x)=2x^2+3$;
8. $f(x)=3x^5+x^2$;
9. $f(x)=\frac{x^2}{4}+2x+5$;
10. $f(x)=-x^3+\sqrt{2}x^2+4x$;
11. $f(x)=\frac{x^4+3x^2-5x}{4}$;
12. $f(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x$;
13. $f(x)=x^5-2x^3+9x^2+4$;
14. $f(x)=-2x^7+5x^4+5x^2-8$;
15. $f(x)=\frac{4x-1}{3}$.

Exercice 33

Dans chacun des cas, donner le signe de la fonction dérivée f' .

1. $f(x)=2x-1$;
2. $g(x)=x^2$.

Exercice 34

Soit la fonction g définie par $g(x)=x^2-5x+1$.

1. Donner l'ensemble de définition de g .
2. Calculer la dérivée de g .
3. Étudier le signe de g' .
4. Déduisez-en le sens de variations de g .

Exercice 35

Étudier les variations des fonctions suivantes définies sur \mathbb{R} .

1. $f(x)=x^2-2x-1$;
2. $f(x)=3x^2+2x+1$;
3. $f(x)=x^3+3x$;
4. $f(x)=x^3+3x^2$;
5. $f(x)=x^4+5$;
6. $f(x)=x^5+3x^3$.

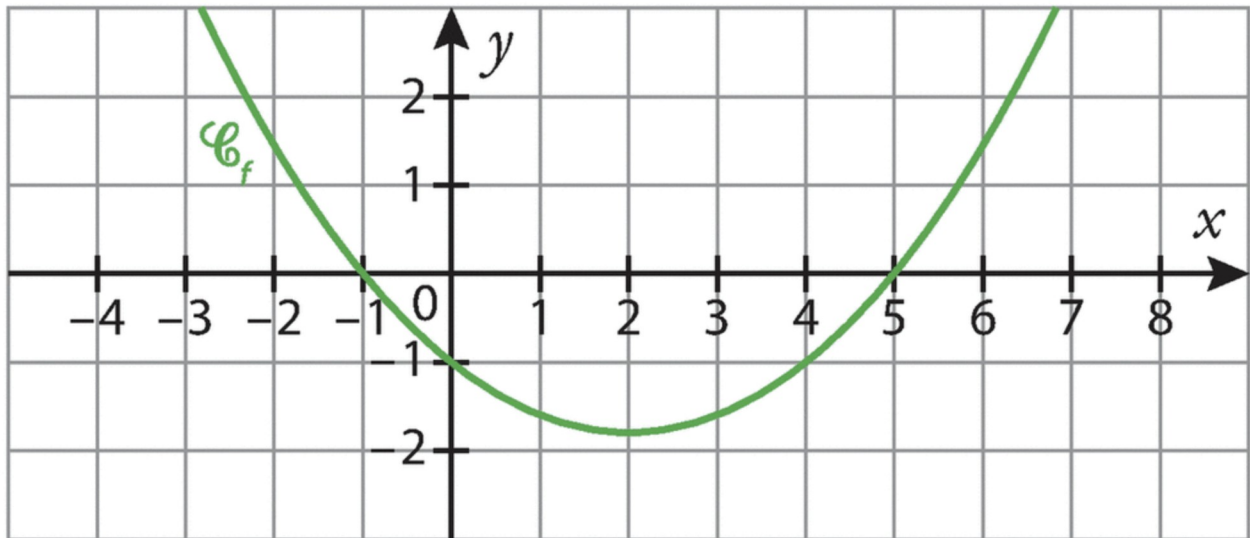
Exercice 36

Dans chacun des cas, donner l'ensemble de définition, la dérivée et l'ensemble de dérivabilité de la fonction f . Vous donnerez ensuite ses variations.

1. $f(x)=x^3+3x$;
2. $f(x)=x^3-3x^2$.

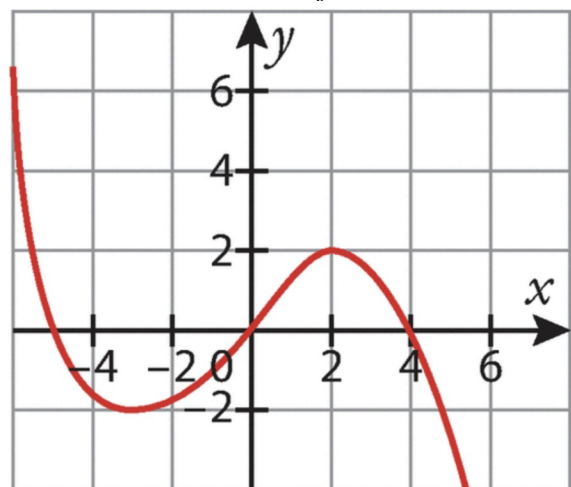
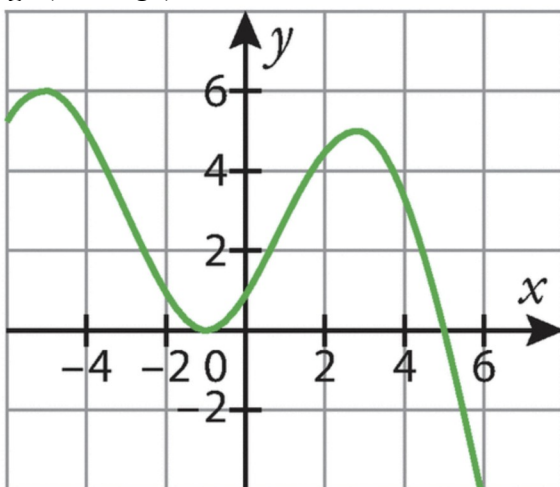
Exercice 37

On donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .
 Décrire les variations de f sur \mathbb{R} .



Exercice 38

On donne ci-dessous les représentations graphiques d'une fonction f (en vert) et d'une fonction g (en rouge) définies sur \mathbb{R} . La fonction g est-elle la dérivée de la fonction f ? Justifier.



Exercice 39

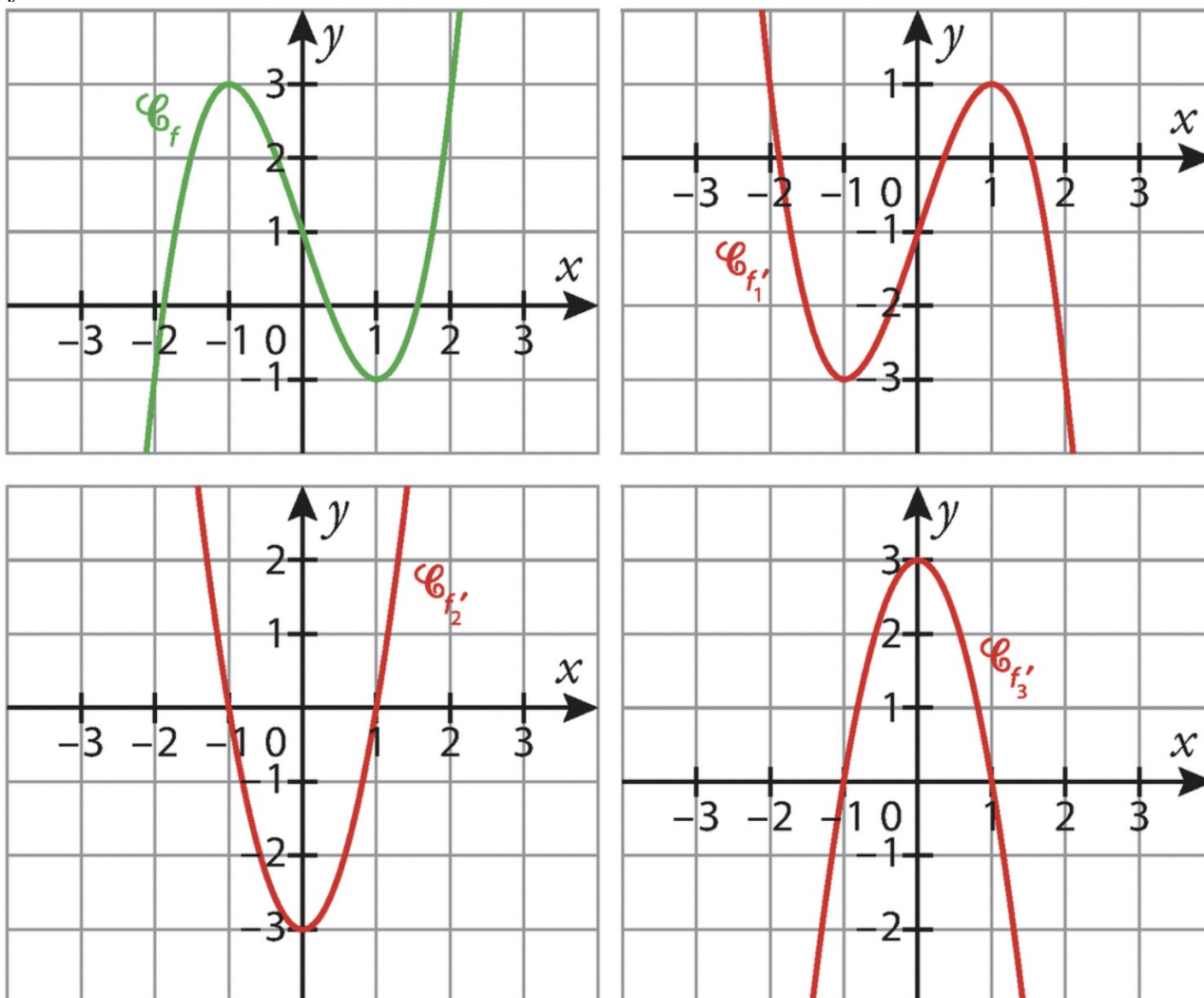
Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 3x + 1$.

1. Calculer la dérivée de la fonction f .
2. Étudier le signe de f' puis dresser le tableau de variations de f .
3. La fonction f atteint-elle une valeur maximale? Si oui, laquelle?
4. La fonction f atteint-elle une valeur minimale? Si oui, laquelle?

Exercice 40

On donne ci-dessous, en vert, la représentation graphique d'une fonction f définie sur \mathbb{R} et, en rouge, trois représentations graphiques de fonctions f_1' , f_2' et f_3' définies sur \mathbb{R} .

Parmi les trois fonctions f_1' , f_2' et f_3' , laquelle pourrait être la fonction dérivée de la fonction f sur \mathbb{R} .



Exercice 41

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x^2 + px + 12$.

1. Exprimer $f'(x)$ en fonction de p .
2. Sachant que la fonction f atteint son maximum en 1, déterminer le réel p .

Exercice 42

Un stade olympique a la forme d'un rectangle avec deux demi-cercles aux extrémités. La longueur de la piste intérieure est imposée et mesure 400 m .

On note L et l les dimensions du rectangle.

1. Montrer que $L = 200 - \frac{\pi}{2}l$.
2. Quelles dimensions doit-on donner au stade pour que sa surface soit maximale ?

Exercice 43

Une entreprise fabrique des chaises en bois, au maximum 10 milliers par mois. Le coût de fabrication, en milliers d'euros, de x milliers de chaises est estimé par : $C(x) = 5x^2 + 10x + 100$. Chaque chaise est vendue 70€.

1. Vérifier que le « bénéfice algébrique », en milliers d'euros, réalisé par la fabrication et la vente de x milliers de chaises est donné par : $B(x) = -5x^2 + 60x - 100$.
2. Étudier les variations de la fonction B sur l'intervalle $[0; 10]$.
3. En déduire la quantité de chaises à fabriquer et à vendre pour réaliser un bénéfice maximum. Préciser la valeur du bénéfice maximum.

Exercice 44

Une entreprise fabrique des masques chirurgicaux. Le coût moyen de production d'un masque dépend de la quantité produite. Ce coût moyen est donné, en euros, par la fonction f définie sur $]0; 5]$ par $f(x) = 0,5x^2 - 3x + 4,52$, où x est le nombre de masques fabriqués, en millions.

1. Si l'entreprise produit 500 000 masques, quel est le coût moyen de fabrication d'un masque ?
2. Pour quelle quantité de masques produits le coût moyen est-il minimal ?
3. Quel est alors le coût moyen minimal de fabrication d'un masque ?

Exercice 45

Une coopérative produit et vend jusqu'à 2 000 litres de lait par jour. La fonction f , définie sur $[0; 2]$, par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x$, modélise le bénéfice journalier réalisé, en centaines d'euros, en fonction de la quantité de lait x produite et vendue, en milliers de litres.

1. Vérifier que $f'(x) = (x-2)(x-4)$.
2. En déduire que le bénéfice journalier est croissant.
3. La coopérative souhaite augmenter sa production de 1 000 litres. Elle suppose que son bénéfice va suivre le modèle donné par la fonction f . Son bénéfice va-t-il continuer à augmenter pour chaque litre supplémentaire produit et vendu entre 2 000 et 3 000 litres ?