

Calculs d'aire

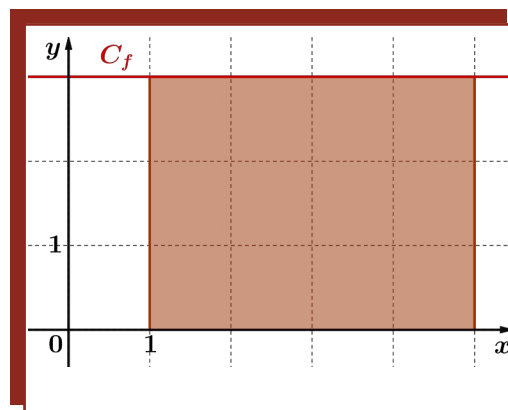
Partie A

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3$ et représentée ci-contre. On cherche à déterminer l'aire du domaine grisé. On prend comme échelle un carreau pour 1 cm en abscisse et un carreau pour 1 cm en ordonnée.

a. Calculer cette aire en cm^2 .

b. Trouver une primitive F de la fonction f .

c. On pose $\int_1^5 f(x)dx = F(5) - F(1)$. Calculer ce nombre.

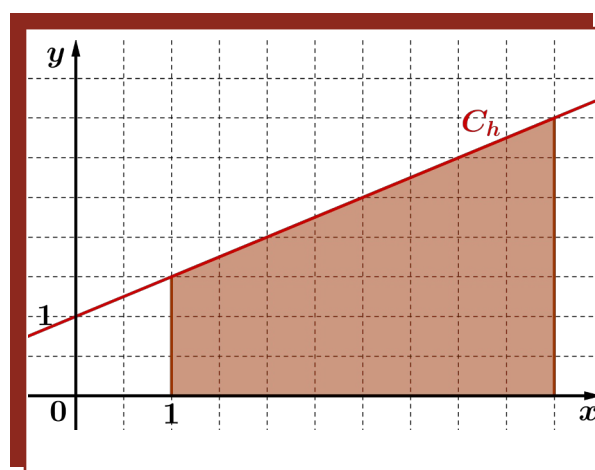
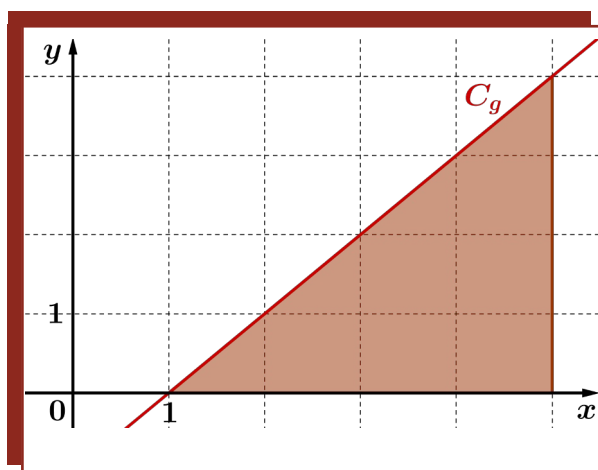


Remarque

Le nombre $\int_1^5 f(x)dx$ est appelé intégrale de 1 à 5 de la fonction f .

2. Mêmes questions pour les fonctions g et h définie ci-dessous par $g(x)=x-1$ et

$$h(x) = \frac{1}{2}x + 1.$$



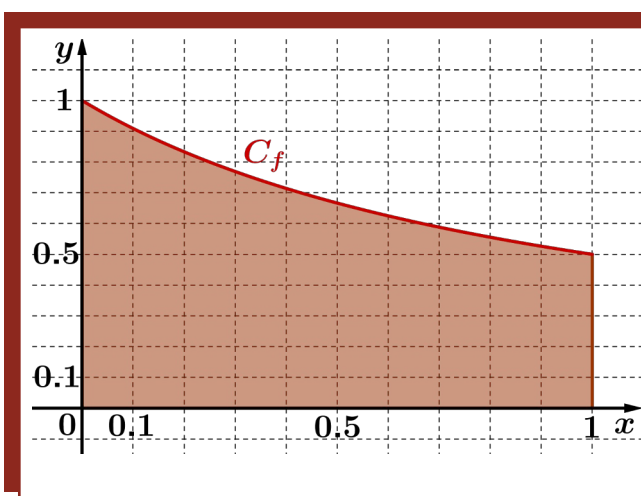
3. Que remarque-t-on dans les trois cas ?

Partie B

On considère cette fois la fonction f définie sur $[0; 1]$ par $f(x) = \frac{1}{x+1}$.

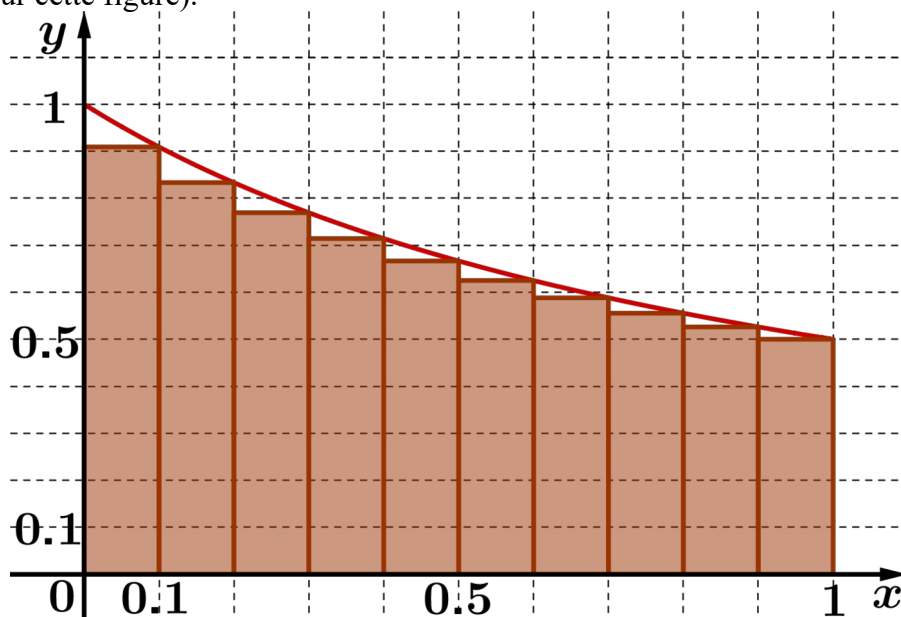
On a représenté f ci-dessous sur un quadrillage carré.

On prend comme échelle un carreau pour $0,1$ en abscisse et un carreau pour $0,1$ en ordonnée.



1. Peut-on calculer, grâce à une formule de géométrie, l'aire du domaine grisé D ?

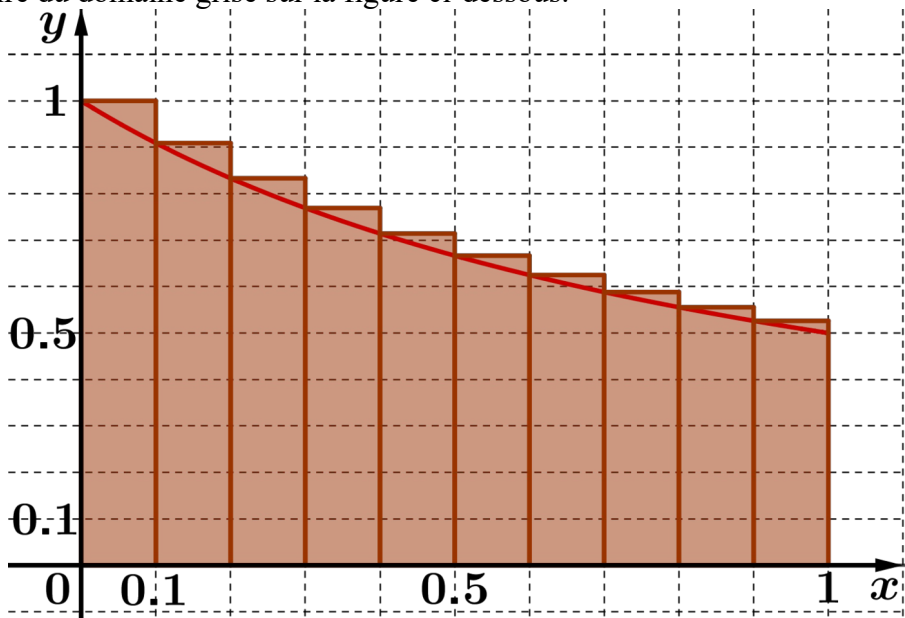
2. Calculer l'aire du domaine grisé sur la figure ci-dessous (on prendra comme unité d'aire l'unité du repère choisi sur cette figure).



On pourra s'aider d'un tableau de la forme :

x	0,1	0,2								
$f(x)$										
Aire										

3. Calculer l'aire du domaine grisé sur la figure ci-dessous.



4. En déduire un encadrement de l'aire du domaine D .

5. Vérifier si ce résultat correspond à la conjecture de la question A.3.

Remarque

Une intégrale correspond à une aire si la fonction utilisée est positive. En particulier, l'intégrale

$\int_0^1 f(x) dx$ correspond à l'aire sous la courbe de f , délimitée par l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=0$ et $x=1$.