

Probabilités conditionnelles

Exercice 1

On écrit sur les faces d'un dé cubique les lettres du mot oiseau. On lance le dé et on regarde la lettre inscrite sur sa face supérieure.

1. Donner l'ensemble des issues possibles de cette épreuve aléatoire.
2. Donner les éléments de l'événement A : « Obtenir une voyelle ».
3. On suppose le dé parfaitement équilibré. Calculer la probabilité de l'événement A .

Exercice 2

On fait tourner une roue de loterie formée de huit secteurs : un bleu (B), quatre rouges (R) et trois jaunes (J). Un secteur est alors désigné par une flèche.

On suppose que chaque secteur a la même probabilité d'être désigné.

1. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
 B : « La couleur désignée est le bleu ».
 R : « La couleur désignée est le rouge ».
 J : « La couleur désignée est le jaune ».
2. Déterminer de deux façons différentes la probabilité de l'événement « La couleur désignée n'est pas le rouge ».

Exercice 3

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes. Déterminer la probabilité des événements suivants :

1. A : « La carte tirée est le valet de cœur ».
2. B : « La carte tirée est le sept de pique ».
3. C : « La carte tirée est une dame ».
4. D : « La carte tirée est un trèfle ».

Exercice 4

Un sac opaque contient dix boules, quatre boules portant le numéro 1, trois boules portant le numéro 2, deux boules portant le numéro 3 et une boule portant le numéro 4. On tire au hasard une boule et on lit le nombre de points.

1. Déterminer l'ensemble des résultats possibles de cette épreuve aléatoire.
2. Donner, à l'aide d'un arbre, la loi de probabilité.
3. Calculer la probabilité de l'événement A : « Obtenir au moins 2 points ».

Exercice 5

On lance deux fois de suite une pièce de monnaie non truquée. Quelle est la probabilité de chacun des événements suivants ?

1. A : « On obtient deux fois PILE ».
2. B : « On obtient deux fois FACE ».
3. C : « On obtient deux résultats distincts ».

Exercice 6

Au début d'une séance de cinéma, on distribue au hasard un billet de loterie à chacun des 120 spectateurs. Parmi les 120 billets distribués, trois donnent droit à 4 places gratuites, 6 donnent droit à trois places gratuites, 18 donnent droit à deux places gratuites, 42 donnent droit à une place gratuite et les autres billets ne gagnent rien.

1. Quelle est la probabilité pour un spectateur de gagner exactement deux places gratuites ?
2. Quelle est la probabilité pour un spectateur de ne rien gagner ?
3. On s'intéresse au nombre de places gratuites gagnées avec un billet.
 - a. Quels sont les résultats possibles ?
 - b. Déterminer la loi de probabilité de cette expérience.
 - c. Quelle est la probabilité pour un spectateur de gagner au moins deux places gratuites.

Exercice 7

Un sac contient cinq jetons :

- un bleu valant 3 points
- deux rouges $R1$ et $R2$ valant chacun 2 points
- deux verts $V1$ et $V2$ valant chacun 1 point

1. On tire un jeton au hasard. Quelle est la probabilité :
 - a. De tirer un jeton rouge ?
 - b. D'obtenir au moins deux points ?
2. On tire un jeton puis un deuxième jeton sans remettre le premier jeton dans le sac.
 - a. Faire un arbre indiquant les tirages possibles.
 - b. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants.
A : « Tirer deux jetons de couleurs différentes ».
B : « Obtenir 4 points ».
C : « Obtenir 4 points avec deux jetons de couleurs différentes ».
D : « Obtenir au moins 4 points ».

Exercice 8

On dispose de deux dés cubiques bien équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. L'un de ces dés est vert, l'autre est rouge. On lance les deux dés et on note d'abord le nombre sur le dé vert, puis celui sur le dé rouge.

1. Représenter, à l'aide d'un tableau à double entrée, l'ensemble des résultats possibles de cette épreuve aléatoire.
2. Quelle est la probabilité de chaque issue ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir les mêmes numéros sur les deux dés ?
4. Quelle est la probabilité que la somme soit égale à 4 ?
5. Quelle est la probabilité que la somme soit strictement supérieure à 7 ?

Exercice 9

On lance successivement un dé cubique parfait et une pièce de 1€ bien équilibrée.

À PILE on associe le nombre 1 et à FACE on associe le nombre 2.

Un résultat de l'épreuve aléatoire est la somme du numéro obtenu sur le dé et du nombre obtenu.

1. Dresser un arbre donnant toutes les possibilités.
2. En déduire la probabilité d'obtenir une somme :
 - a. Impaire ;
 - b. Multiple de 3 ;
 - c. Égale à 6 ;
 - d. Ni 6, ni 5 ;
 - e. Au moins 4 ;
 - f. Au plus 3.

Exercice 10

Une boîte contient beaucoup de billes unicolores, rouges, vertes ou bleues. On prend une poignée de trois billes.

On s'intéresse aux événements :

- A : « Deux billes au moins sont vertes ».
- B : « Les trois billes sont de la même couleur ».
- C : « Il y a au moins une bille rouge ».
- D : « Aucune bille n'est rouge ».
- E : « Le tirage est tricolore ».

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

1. Les événements A et B sont incompatibles.
2. Les événements B et E sont contraires.
3. Les événements A et C sont incompatibles.
4. Les événements C et D sont contraires.
5. Les événements A et E sont disjoints.

Exercice 11

On considère deux événements A et B tels que : $P(A)=0,7$, $P(B)=0,4$ et $P(A \cap B)=0,2$.

1. Calculer $P(A \cup B)$.
2. Calculer $P(\bar{A})$.
3. C est un événement tel que B et C sont incompatibles et $P(C)=0,3$. Calculer $P(B \cup C)$.

Exercice 12

Soit A et B deux événements incompatibles tels que $P(A)=0,4$ et $P(B)=0,2$.
Calculer $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$.

Exercice 13

Soit A et B deux événements tels que $P(A)=0,3$, $P(B)=0,1$ et $P(A \cup B)=0,3$

1. Donner la relation liant $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$.
2. Calculer $P(A \cap B)$.

Exercice 14

Dans une classe de seconde de 35 élèves, l'allemand et l'espagnol sont étudiés. On sait que 30 élèves étudient au moins une des deux langues, 15 élèves étudient l'allemand et 20 l'espagnol.

On interroge un élève au hasard dans cette classe.

1. Calculer la probabilité que l'élève interrogé étudie :
 - a. L'allemand.
 - b. L'espagnol.
 - c. L'allemand et l'espagnol.
2. Calculer la probabilité que ce soit un élève qui n'étudie aucune des deux langues.

Exercice 15

Dans un groupe de 20 personnes, 10 personnes s'intéressent à la pêche, 8 à la lecture et 3 à la fois à la pêche et à la lecture. On choisit au hasard une personne du groupe.

1. Calculer la probabilité qu'elle s'intéresse à la pêche ou à la lecture.
2. Calculer la probabilité qu'elle ne s'intéresse ni à la pêche, ni à la lecture.

Exercice 22

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie usuelle présentant deux côtés : PILE ou FACE. On obtient ainsi une suite « ordonnée » de trois résultats (par exemple « PILE, PILE, FACE » sera noté (P; P; F)).

1. Écrire tous les résultats possibles de cette épreuve aléatoire (on pourra utiliser un arbre).
2. Calculer la probabilité de l'événement A : « Les trois résultats sont identiques ».
3. Calculer la probabilité de l'événement B : « La suite des trois résultats commence par pile ».
4. Calculer la probabilité de l'événement $A \cap B$. En déduire celle de l'événement $A \cup B$.

Exercice 23

Un couple de futurs parents décide d'avoir trois enfants. On fait l'hypothèse qu'ils auront, à chaque fois, autant de chances d'avoir un garçon qu'une fille et qu'il n'y aura pas de jumeaux. Calculer la probabilité des événements :

1. A : « Ils auront trois filles ».
2. B : « Ils auront trois enfants de même sexe ».
3. C : « Ils auront au plus une fille ».
4. D : « Les trois enfants ne seront pas du même sexe ».

Exercice 24

Pour Halloween, Inès et Hugo ont décidé de tirer au sort les déguisements qu'ils porteront. Ils ont noté sur des papiers deux déguisements chacun : Inès a noté squelette et vampire, et Hugo a noté sorcier et squelette. Inès tire un papier au sort, le remet dans l'urne, puis c'est au tour d'Hugo.

On donnera les résultats sous forme fractionnaire.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité qu'Inès et Hugo soient tous les deux déguisés en squelette ?
3. Quelle est la probabilité que le couple ait des déguisements assortis ?
4. Quelle est la probabilité qu'ils aient tous les deux un déguisement commençant par un S ?
5. Quelle est la probabilité qu'un des deux ait un déguisement commençant par un S ?

Exercice 25

Dans une boulangerie, une baguette doit peser 250 g. Après une étude, le boulanger constate que 5% de ses baguettes ne respectent pas cette contrainte. Un client achète 3 baguettes.

On arrondira les résultats à 10^{-3} près.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité que toutes les baguettes soient conformes ?
3. Quelle est la probabilité qu'au moins une baguette ne soit pas conforme.

Exercice 26

Dans un pays lointain, 80% de la population n'est pas satisfaite de son gouvernement. Un journaliste décide d'interviewer 4 personnes choisies au hasard.

Dans cet exercice, les résultats seront donnés sous forme décimale exacte.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité que les quatre personnes choisies ne soient pas satisfaites du gouvernement ?
3. Quelle est la probabilité qu'au moins une des personnes soit satisfaite du gouvernement ?
4. Quelle est la probabilité que deux personnes exactement soient satisfaites du gouvernement ?

Exercice 27

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième. À la session 2009 du baccalauréat, 286762 élèves inscrits en série générale ont été admis. En particulier, 47765 en série L , 90446 en ES et 148531 en série S . Le tableau suivant présente la proportion (en pourcentage) de bacheliers ayant obtenu une mention.

	Mention AB	Mention B ou TB
Série L	27,3	16,1
Série ES	28,8	15,3
Série S	29,2	30,9

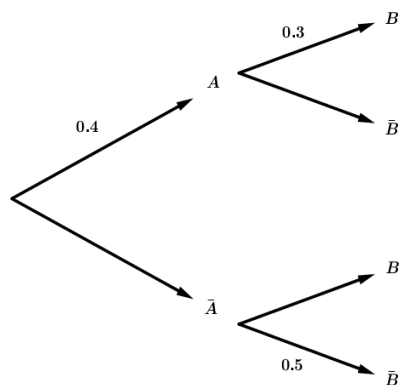
On interroge au hasard un bachelier en série générale de cette session 2009.

1. Construire l'arbre pondéré traduisant la situation. Cet arbre est à compléter au fur et à mesure.
2. Quelle est la probabilité que ce bachelier n'ait pas eu de mention sachant qu'il était en série L ?
3. Reprendre la question précédente avec la série ES et la série S .
4. En déduire la probabilité qu'un bachelier interrogé au hasard n'ait pas obtenu de mention.
5. Quelle est la probabilité qu'un bachelier interrogé au hasard ait obtenu la mention B ou TB ?

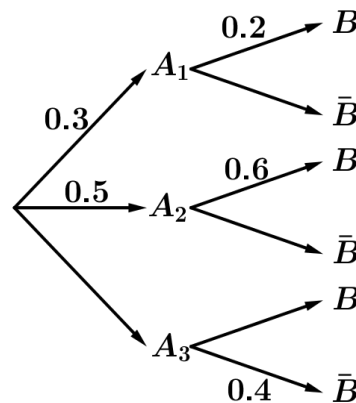
Exercice 28

Dans chacun des cas, avec les données figurant sur l'arbre pondéré, calculer $P(B)$.

a.



b.



Exercice 29

À la fin d'une séance de cours, le professeur de mathématiques donne l'exercice suivant à préparer pour le lendemain : « Une urne contient 5 boules de couleur rouge et 15 boules de couleur verte ». On tire au hasard successivement deux boules dans cette urne. La probabilité que les deux boules soient de couleur rouge est de $\frac{1}{19}$. Représenter la situation par un arbre pondéré. Calculer la

probabilité qu'au moins une des deux boules soit de couleur verte ».

Le lendemain, l'élève interrogé dit : « Je n'ai pas fait l'exercice : je ne sais pas si le tirage est avec ou sans remise ».

1. Qu'en pensez-vous ?
2. Répondre alors aux questions posées par le professeur.

Exercice 30

Pour chaque tournoi du grand chelem, les performances des meilleurs joueurs sont étudiées, puis décrites dans une rubrique appelée *statistiques*. En 2011, lors du tournoi de Roland Garros, les statistiques du Serbe Novak Djokovic étaient les suivantes :

- Sur 447 balles de 1^{er} service, 305 ont été jouées. Parmi ces 305 échanges engagés, il a gagné le point 229 fois.
 - Sur les 142 balles de 2^e service, il a perdu 48 fois le point (éventuellement par une double faute)
1. Préciser les fréquences observées lors de ce tournoi des points perdus suite aux échanges engagés au premier service, et des points gagnés suite aux échanges engagés au deuxième service.
 2. Construire un arbre pondéré représentant les différentes éventualités de Djokovic au service.
 3. Quelle est la probabilité qu'il engage l'échange au 1^{er} service et qu'il perde le point ?
 4. Quelles est la probabilité qu'il gagne le point sachant qu'il a engagé l'échange au 2^e service ?
 5. Quelle est la probabilité qu'il gagne le point ?
 6. Quelle est la probabilité qu'il fasse un jeu blanc (4 points gagnés sans que son adversaire ait marqué un seul point) ?

Exercice 31

Le comité d'entreprise d'une société parisienne souhaite organiser un week-end en province. Une enquête est faite auprès des 1200 employés de l'entreprise afin de connaître leur choix en matière de moyen de transport (les seuls moyens de transport proposés sont le train, l'avion et le bus).

Les résultats de l'enquête sont répertoriés dans le tableau suivant :

	Train	Avion	Bus	Total
Femme	468	196	56	720
Homme	150	266	64	480
Total	618	462	120	1200

On interroge au hasard un employé de cette entreprise. On note les événements suivants :

F : « L'employé est une femme »

T : « L'employé choisit le train »

1. Calculer les probabilités $P(F)$ et $P(T)$ puis déterminer la probabilité que l'employé ne choisisse pas le train.
2. Expliquer ce que représente $F \cap T$ puis calculer sa probabilité.
3. L'employé interrogé au hasard ne choisit pas le train. Calculer la probabilité que cet employé soit une femme.

Exercice 32

Le parc informatique d'un lycée est composé de 200 ordinateurs où 30 sont considérés comme neufs, 90 sont considérés comme récents et les autres sont considérés comme anciens. Une étude statistique indique qu'aucun ordinateur neuf n'est défaillant, 10% des ordinateurs récents sont défaillants et 25% des ordinateurs anciens sont défaillants.

1. Traduire l'énoncé par un tableau croisé d'effectifs.
2. On choisit au hasard un ordinateur de ce parc. Déterminer la probabilité que l'ordinateur soit ancien sachant qu'il est défaillant. Donner le résultat arrondi au centième.

Exercice 33

Une production en très grande série contient 90% de pièces conformes et 10% de pièces défectueuses. Un contrôle de qualité accepte les pièces conformes dans 92% des cas et rejette les pièces défectueuses dans 94% des cas.

On tire une pièce au hasard dans la production après le contrôle qualité.

On note les événements suivants :

C : « La pièce tirée est conforme ».

A : « La pièce tirée a été acceptée par le contrôle de qualité ».

1. Modéliser la situation à l'aide d'un arbre en indiquant sur chaque branche la probabilité correspondante.
2. Donner la probabilité pour que la pièce tirée soit :
 - a. Conforme et acceptée par le contrôle.
 - b. Conforme et rejetée par le contrôle.
 - c. Défectueuse et acceptée par le contrôle.
 - d. Défectueuse et rejetée par le contrôle.
3. En déduire la probabilité que la pièce prélevée ait subi une erreur de contrôle.

Exercice 34

Soit A et B deux événements d'une expérience aléatoire vérifiant $\text{Card}(A \cap B) = 35$, $\text{Card}(A) = 50$ et $\text{Card}(B) = 70$. Calculer $P_A(B)$ et $P_B(A)$.

Exercice 35

Soit A et B deux événements d'une expérience aléatoire vérifiant $\text{Card}(A \cap B) = 70$, $\text{Card}(A) = 100$ et $\text{Card}(B) = 140$. Calculer $P_A(B)$ et $P_B(A)$.

Exercice 36

Soit A et B deux événements indépendants d'une expérience aléatoire vérifiant $P_B(A) = 0,7$ et $\text{Card}(B) = 50$. Calculer $\text{Card}(A \cap B)$.

Exercice 37

Soit A et B deux événements d'une expérience aléatoire vérifiant $P_B(A) = 0,1$ et $\text{Card}(B) = 8510$. Calculer $\text{Card}(A \cap B)$.

Exercice 38

1. Soit A et B deux événements d'une expérience aléatoire vérifiant $P_B(A) = 0,5$ et $\text{Card}(A \cap B) = 14$. Calculer $\text{Card}(B)$.
2. Soit A et B deux événements d'une expérience aléatoire vérifiant $P_B(A) = 0,3$ et $\text{Card}(A \cap B) = 21$. Calculer $\text{Card}(B)$.

Exercice 39

Pour le baptême de son fils, Camille a confectionné des paquets de dragées. La répartition des dragées est donnée par le tableau ci-dessous. On choisit au hasard une dragée.

Y = Dragées X = Couleur des paquets	Chocolat	Amandes	Total
Bleu	45	30	75
Rose	35	30	65
Total	80	60	140

- Déterminer la probabilité d'avoir des dragées au chocolat parmi les paquets bleus.
- Déterminer la probabilité d'avoir des paquets roses parmi les dragées amandes.

Exercice 40

On donne ci-dessous le tableau croisé d'effectifs des variables X et Y .

Y = Dragées X = Couleur des paquets	Chocolat	Amandes	Total
Bleu	45	30	75
Rose	35	30	65
Total	80	60	140

- Donner $\text{Card}(x_1 \cap y_2)$ et $\text{Card}(x_1)$.
- Calculer $P_{x_1}(y_2)$.
- Calculer $P_{y_1}(x_1)$.

Exercice 41

On considère deux événements A et B d'une expérience aléatoire. L'effectif de chaque événement est donné par le tableau ci-dessous.

	A	\bar{A}	Total
B	45		
\bar{B}		15	37
Total		21	

- Compléter le tableau ci-dessus.
- Donner $\text{Card}(\bar{A})$, $\text{Card}(\bar{A} \cap \bar{B})$ et $\text{Card}(\bar{A} \cap B)$.
- Calculer $P_A(\bar{B})$.
- Interpréter tous les résultats précédents.

Exercice 42

Le tableau suivant indique les résultats d'un groupe d'élèves à un examen en fonction de leur qualité d'interne ou d'externe.

	interne	externe
admis	58	212
non admis	40	75

- On rencontre par hasard un élève de ce groupe. Quelle est la probabilité que cet élève soit :
 - Interne admis ?
 - Externe ?
 - Non admis ?
 - Externe non admis ?
 - Externe ou non admis ?
- On rencontre par hasard un interne. Quelle est la probabilité qu'il soit admis ?
- On rencontre par hasard un élève non admis. Quelle est la probabilité qu'il soit externe ?

Exercice 43

Un magasin de sport à la montagne dispose de 400 matériaux de glisse. Il propose des skis de piste, des snowboards et des skis de randonnée. Son matériel est constitué de 45% de skis de piste, 36% de snowboards et le reste de skis de randonnée. Après la journée de location, le matériel est contrôlé et éventuellement réparé. Il a été constaté que la moitié des skis de piste, deux tiers des snowboards et le quart des skis de randonnée ont été abîmés pendant la journée. Chaque paire de skis et chaque snowboard sont répertoriés sur une fiche qui précise leur suivi. On considère les événements suivants :

- P : « La fiche est celle d'une paire de skis de piste » ;
- S : « La fiche est celle d'un snowboard » ;
- R : « La fiche est celle d'une paire de skis de randonnée » ;
- A : « Le matériel a été abîmé et nécessite une réparation ».

1. Compléter le tableau croisé d'effectifs ci-dessous.

Matériel \ Résultat du contrôle	P	S	R	Total
A				
\bar{A}				
Total				

- On tire au hasard une fiche. Calculer $P_{\bar{A}}(S)$. Arrondir au centième.
- Interpréter le résultat précédent.

Exercice 44

Dans une entreprise, le personnel peut suivre des cours d'anglais ou suivre un stage d'informatique. L'ensemble des 200 salariés se répartit de la façon suivante :

cours d'anglais	cours d'informatique	
	oui	non
oui	45	33
non	70	52

On choisit au hasard un des salariés de cette entreprise. On note les événements A et B suivants :

A : « Le salarié suit le cours d'anglais ».

B : « Le salarié suit le stage d'informatique ».

Exprimer chacun des événements suivants à l'aide de A et B et calculer leur probabilité :

- « Le salarié suit le cours d'anglais et le stage d'informatique ».
- « Le salarié suit le cours d'anglais sans suivre le stage d'informatique ».
- « Le salarié suit le cours d'anglais ou le stage d'informatique ».

Exercice 45

Un sondage a été réalisé parmi la population des 300 élèves de seconde d'un lycée. Deux questions ont été posées : « Êtes-vous fumeur ? » et « Pratiquez-vous un sport ? ».

Les renseignements obtenus ont permis d'établir que :

- 80 élèves ne sont ni fumeurs, ni sportifs ;
- la moitié des élèves sont des fumeurs ;
- 20% des élèves fumeurs déclarent pratiquer un sport.

1. Compléter le tableau suivant :

	sportifs	non sportifs	total
fumeurs			
non fumeurs			
total			

2. Un élève de seconde de ce lycée est choisi au hasard.

Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Il ne fume pas ».

B : « C'est un sportif qui fume ».

C : « Il ne fait pas partie des sportifs qui fument ».

D : « C'est un sportif ou il fume ».

Exercice 46

On demande à 100 personnes d'indiquer leur loisir préféré parmi « Faire du sport », « Utiliser son ordinateur » et « Lire un livre ».

- Il y a 40% de femmes interrogées ;
- 35% des personnes interrogées préfèrent lire un livre ;
- 60% des hommes préfèrent faire du sport ;
- 10% des femmes préfèrent utiliser leur ordinateur ;
- le nombre de femmes préférant lire est égal à la moitié du nombre des hommes préférant faire du sport.

1. Construire un tableau résumant la situation.

2. On choisit au hasard une personne parmi les 100 personnes interrogées. On considère les événements suivant :

A : « La personne interrogée préfère le sport ».

B : « La personne interrogée est un homme ».

a. Calculer les probabilités $P(A)$ et $P(B)$.

b. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ puis calculer $P(A \cap B)$.

3. Définir en une phrase l'événement $A \cup B$ puis calculer $P(A \cup B)$ en utilisant :

a. Le tableau.

b. Une formule.

4. On interroge maintenant une personne préférant faire du sport. Quelle est la probabilité que cette personne soit un homme ?

Exercice 47

À la sortie d'un lycée, on interroge 100 élèves pour répondre à une enquête concernant la lecture de trois livres : *Harry Potter*, *Fascination* et *Eragon*. On obtient les résultats suivants :

- 47 élèves ont lu *Eragon*, 67 ont lu *Harry Potter* et 70 ont lu *Fascination* ;
- 32 élèves ont lu *Eragon* et *Harry Potter*, 43 ont lu *Harry Potter* et *Fascination* et 21 ont lu *Eragon* et *Fascination* ;
- 10 élèves ont lu les trois livres.

On considère les événements suivants :

E : « L'élève a lu *Eragon* ».

F : « L'élève a lu *Fascination* ».

H : « L'élève a lu *Harry Potter* ».

1. Donner une représentation de la situation.

2. Déterminer le nombre d'élèves :

a. Qui n'ont lu aucun des trois livres.

b. Qui ont lu uniquement *Fascination*.

3. On tire au hasard le nom d'un élève parmi les 100 élèves précédents. Tous les noms ont la même probabilité d'être tirés. Déterminer la probabilité des événements suivants :

B : « L'élève a lu exactement deux de ces livres ».

A : « L'élève a lu exactement un de ces livres ».

4. Définir en une phrase l'événement $E \cap F$ puis calculer $P(E \cap F)$.

5. Définir en une phrase l'événement $\bar{E} \cap \bar{F}$ puis calculer $P(\bar{E} \cap \bar{F})$.

6. Définir en une phrase l'événement $E \cup F$ puis calculer $P(E \cup F)$.