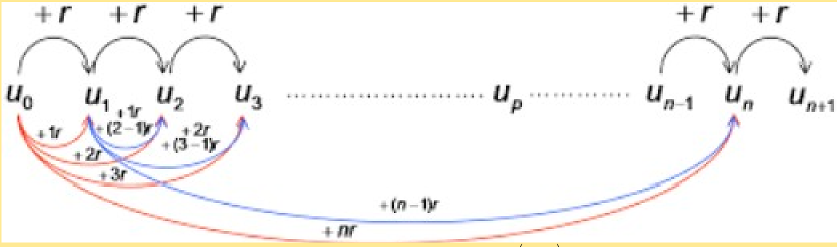
Suites arithmétiques et géométriques

I. Suites arithmétiques

On dit qu'une suite (u_n) est **arithmétique** si, à partir de son premier terme, **chaque terme est obtenu en ajoutant au précédent un même nombre**.
Ainsi, il existe un réel r tel que pour tout entier n, $u_{n+1}=u_n+r$.

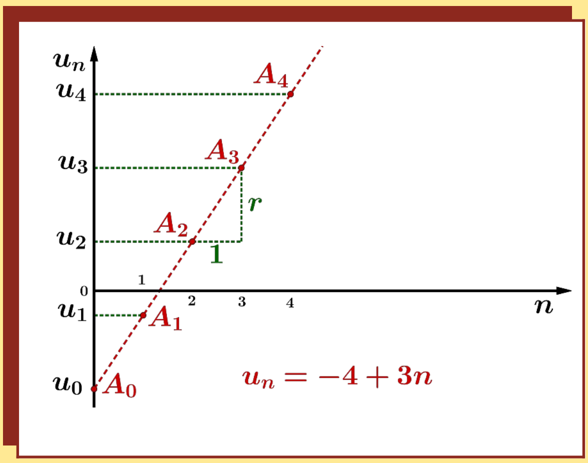


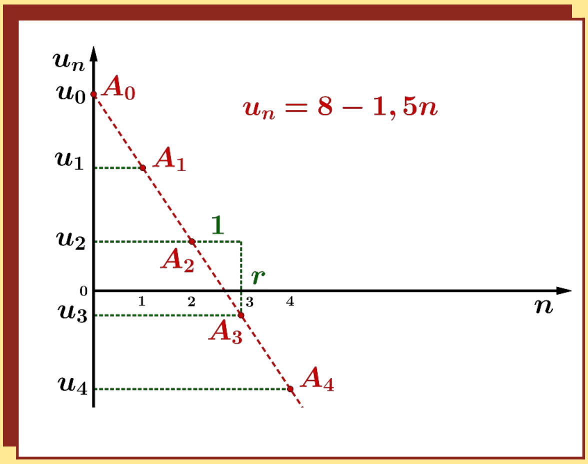
Le nombre r est appelé **raison** de la suite arithmétique (u_n). Il est égal à la différence entre deux termes consécutifs quelconques : pour tout entier n, $r=u_{n+1}-u_n$.

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r.
Pour tous entiers n et p tels que $n \geqslant p$, on a $u_n=u_p+(n-p)r$.
En particulier, pour tout entier n, $u_n=u_0+nr$.

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_p.
- Si $r>0$, alors la suite (u_n) est (strictement) **croissante**.
- Si $r<0$, alors la suite (u_n) est (strictement) **décroissante**.
- Si $r=0$, alors la suite (u_n) est **constante**, égale à u_p.

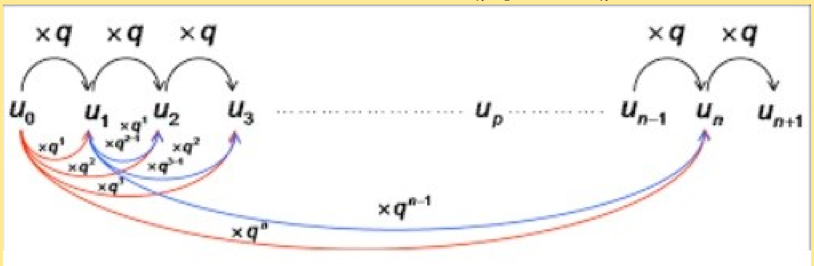
La représentation graphique d'une suite arithmétique (u_n) est un **ensemble de points isolés alignés de coordonnées** $(n;u_n)$.
Ces points sont situés sur une **droite** d'équation $y=rx+u_0$ (le coefficient directeur de la droite est la raison r).





II. Suites géométriques

On dit qu'une suite (u_n) est **géométrique** si, à partir de son premier terme, **chaque terme est obtenu en multipliant le précédent par un même nombre**.
Ainsi, il existe un réel q tel que pour tout entier n, $u_{n+1} = q \times u_n$.



Le nombre q est appelé **raison** de la suite géométrique (u_n).
Dans le cas où la suite (u_n) ne s'annule pas, q est égal au quotient de deux termes consécutifs quelconques : pour tout entier n, $q = \dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.

Soit (u_n) une suite géométrique de raison q.
Pour tous entiers n et p tels que $n \geqslant p$, on a $u_n = u_p \times q^{n-p}$.
En particulier, pour tout entier n, $u_n = u_0 \times q^n$.

Soit (u_n) une suite géométrique de raison q et de premier terme $u_p > 0$.
- Si $q > 1$, alors la suite (u_n) est (strictement) **croissante**.
- Si $0 < q < 1$, alors la suite (u_n) est (strictement) **décroissante**.
- Si $q = 1$, alors la suite (u_n) est **constante**, égale à u_p.
- Si $q < 0$, alors la suite (u_n) **n'est pas monotone**.

Remarque
Si $u_p < 0$, ces sens de variations sont **inversés**.

La représentation graphique d'une suite géométrique (u_n) est **un ensemble de points isolés** $(\boldsymbol{n} ; \boldsymbol{u_n})$, situés sur une courbe dite **exponentielle**.