Programme d'entraînement

Marion a préparé un programme d'entraînement à la course à pied en vue de participer à un semi marathon.
Elle s'entraîne une fois par semaine avec le programme suivant :
• Elle démarre le premier entraînement par une distance de 3000 mètres.
• À chaque entraînement suivant, Marion augmente sa distance de 450 mètres.
On pose u_n la distance parcourue par Marion au cours du n-ième entraînement.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. Calculer la distance parcourue au 6e entraînement.
3. Quelle est la relation entre u_{n+1} et u_n ?
4. À l'aide de la calculatrice, déterminer u_{20}, la distance parcourue au 20e entraînement.
5. À l'aide de la calculatrice, déterminer à quel entraînement Marion parcourra une distance supérieure à la moitié d'un semi-marathon.
6. a. Représenter graphiquement les six premiers termes de la suite arithmétique.
b. Que semble-t-on remarquer ?

Une dune qui avance

En 2018, la largeur maximale de la dune du Pilat (Gironde) était estimée à 616 mètres. Une étude a montré que, chaque année, la dune progresse en moyenne de $3,5$ mètres à l'intérieur des terres.
On admet que cette évolution se poursuit et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note d_n la largeur maximale, en mètre, de la dune en $2018+n$. Ainsi $d_0=616$.

1. a. Estimer la largeur maximale de la dune en 2019, puis en 2020.
b. Par quelle opération passe-t-on de la largeur maximale de la dune pour une année donnée à la largeur maximale l'année suivante ?
c. En déduire, pour tout $n \in \mathbb{N}$, l'expression de d_{n+1} en fonction de d_n.
2. a. Quelle opération permet-elle d'obtenir directement d_2 à partir de d_0 ?
b. Quelle opération permet-elle d'obtenir directement d_3 à partir de d_0 ?
c. Conjecturer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, la formule permettant d'obtenir directement le terme d_n en fonction du terme initial d_0.
d. Estimer la largeur maximale de la dune en 2030.
3. a. Afficher le tableau de valeurs de la suite (d_n) sur la calculatrice.
b. En quelle année peut-on estimer que la largeur maximale de la dune dépassera un kilomètre ?
c. Retrouver le résultat par un calcul.

Une balle au rebond

On lâche une balle de tennis d'une hauteur de deux mètres. À chaque rebond, la balle remonte aux trois quarts de la hauteur du rebond précédent.
Pour tout entier naturel n , on note h_n la hauteur de la balle au n-ième rebond. Ainsi, $h_0=2$.

Partie A
1. Déterminer h_1 , h_2 et h_3 . Interpréter les résultats.
2. Par quelle opération passe-t-on de la hauteur h_n du n-ième rebond à la hauteur h_{n+1} du rebond suivant ? Quelle relation de récurrence a-t-on ?
3. Conjecturer, pour tout $n\in\mathbb{N}$, la formule explicite permettant d'obtenir directement le terme h_n en fonction du terme h_0 .
4. Quelle est la hauteur de la balle au sixième rebond ?

Partie B
On admet que la balle cesse de rebondir lorsque la hauteur du rebond est inférieure à $0{,}5\,cm$. On souhaite savoir combien de rebonds doivent se produire avant que la balle cesse de rebondir.
Proposer une méthode de résolution.