

Fonctions affines

Une **fonction affine** est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax+b$, où a et b sont deux nombres réels.

Remarques

- Lorsque $b=0$, la fonction f définie par $f(x)=ax$ est une fonction linéaire.
- Lorsque $a=0$, la fonction f définie par $f(x)=b$ est une fonction constante.

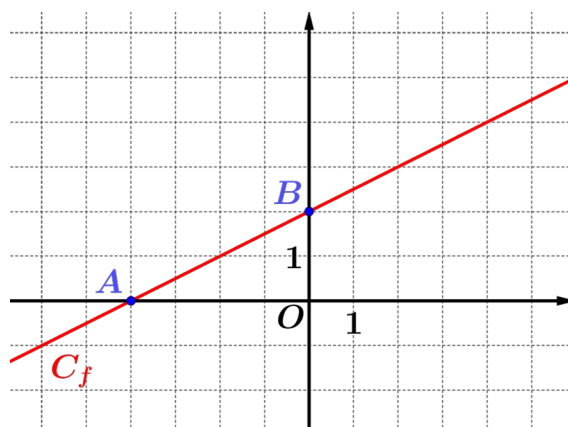
La représentation graphique d'une fonction affine f est une droite. Le réel a s'appelle **coefficient directeur** de la droite et b l'**ordonnée à l'origine**.

Remarques

- Lorsque $b=0$, la droite passe par l'origine du repère.
- Lorsque $a=0$, la droite est parallèle à l'axe des abscisses.

Représentation graphique

La droite représentative d'une fonction affine f passe par les points de coordonnées $A\left(-\frac{b}{a};0\right)$ et $B(0;b)$.

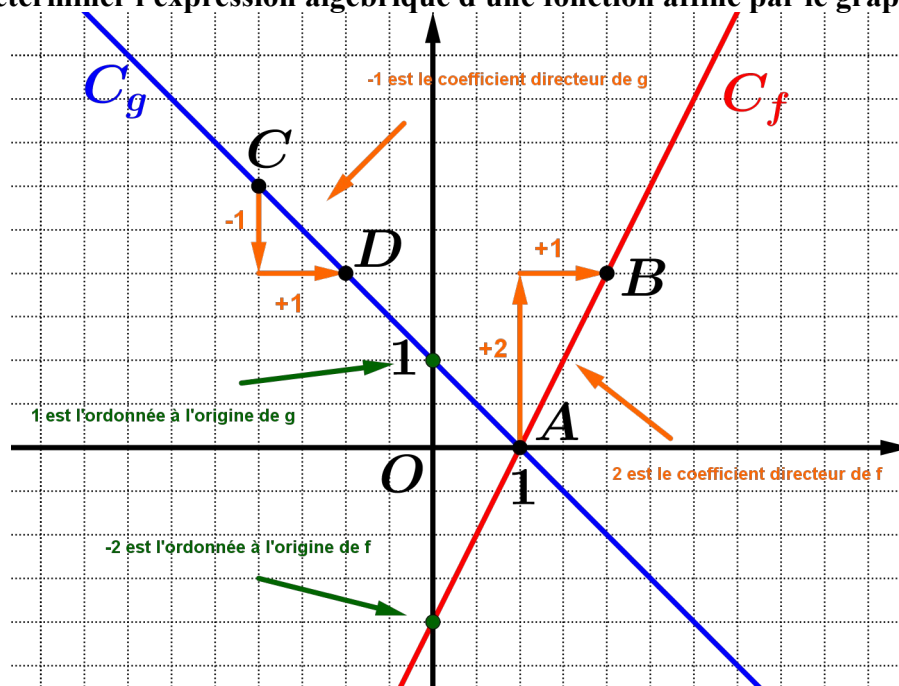


Soit f une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax+b$.

- Si $a > 0$, alors la fonction f est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}$. La droite représentative de f est tournée "vers le haut".
- Si $a < 0$, alors la fonction f est **strictement décroissante** sur $\mathbb{R}$. La droite représentative de f est tournée "vers le bas".
- Si $a = 0$, alors la fonction f est **constante** sur $\mathbb{R}$. La droite représentative de f est parallèle à l'axe des abscisses.

Soit f une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax+b$. On a alors, quels que soient les nombres réels x_1 et x_2 distincts l'un de l'autre :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Méthode : déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine par le graphique

Pour la droite représentative de f :

- Le coefficient directeur est 2.
- L'ordonnée à l'origine est -2 .

Ainsi l'expression algébrique de f est $f(x) = 2x - 2$.

Pour la droite représentative de g :

- Le coefficient directeur est -1 .
- L'ordonnée à l'origine est 1.

Ainsi l'expression algébrique de g est $g(x) = -x + 1$.

Méthode : Déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine par le calcul

Dans un repère, la représentation graphique correspondant à une fonction affine f passe par les points $A(-2; 4)$ et $B(3; 1)$. Déterminons par le calcul l'expression algébrique de f .

- On commence par calculer le coefficient directeur a .

$$\text{On a } a = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1 - 4}{3 - (-2)} = -\frac{3}{3 + 2} = -\frac{3}{5}$$

$$\text{D'où } f(x) = -\frac{3}{5}x + b.$$

- On détermine ensuite l'ordonnée à l'origine b .

Le point B appartient à la courbe représentative de f . Donc ses coordonnées vérifient l'expression algébrique de f .

$$\text{On a alors } f(3) = -\frac{3}{5} \times 3 + b \Leftrightarrow 1 = -\frac{9}{5} + b \Leftrightarrow b = 1 + \frac{9}{5} \Leftrightarrow b = \frac{14}{5}.$$

$$\text{Ainsi, pour tout } x \in \mathbb{R}, f(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{14}{5}.$$