

## Programme d'entraînement

Marion a préparé un programme d'entraînement à la course à pied en vue de participer à un semi marathon.

Elle s'entraîne une fois par semaine avec le programme suivant :

- Elle démarre le premier entraînement par une distance de 3000 mètres.
- À chaque entraînement suivant, Marion augmente sa distance de 450 mètres.

On pose  $u_n$  la distance parcourue par Marion au cours du  $n$ -ième entraînement.

1. Calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .
2. Calculer la distance parcourue au 6<sup>e</sup> entraînement.
3. Quelle est la relation entre  $u_{n+1}$  et  $u_n$  ?
4. À l'aide de la calculatrice, déterminer  $u_{20}$ , la distance parcourue au 20<sup>e</sup> entraînement.
5. À l'aide de la calculatrice, déterminer à quel entraînement Marion parcourra une distance supérieure à la moitié d'un semi-marathon.
6. a. Représenter graphiquement les six premiers termes de la suite arithmétique.  
b. Que semble-t-on remarquer ?

## Une dune qui avance

En 2018, la largeur maximale de la dune du Pilat (Gironde) était estimée à 616 mètres. Une étude a montré que, chaque année, la dune progresse en moyenne de 3,5 mètres à l'intérieur des terres. On admet que cette évolution se poursuit et, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on note  $d_n$  la largeur maximale, en mètre, de la dune en  $2018 + n$ . Ainsi  $d_0 = 616$ .

1. a. Estimer la largeur maximale de la dune en 2019, puis en 2020.  
b. Par quelle opération passe-t-on de la largeur maximale de la dune pour une année donnée à la largeur maximale l'année suivante ?  
c. En déduire, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , l'expression de  $d_{n+1}$  en fonction de  $d_n$ .
2. a. Quelle opération permet-elle d'obtenir directement  $d_2$  à partir de  $d_0$  ?  
b. Quelle opération permet-elle d'obtenir directement  $d_3$  à partir de  $d_0$  ?  
c. Conjecturer, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , la formule permettant d'obtenir directement le terme  $d_n$  en fonction du terme initial  $d_0$ .  
d. Estimer la largeur maximale de la dune en 2030.
3. a. Afficher le tableau de valeurs de la suite  $(d_n)$  sur la calculatrice.  
b. En quelle année peut-on estimer que la largeur maximale de la dune dépassera un kilomètre ?  
c. Retrouver le résultat par un calcul.

## Une balle au rebond

On lâche une balle de tennis d'une hauteur de deux mètres. À chaque rebond, la balle remonte aux trois quarts de la hauteur du rebond précédent.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $h_n$  la hauteur de la balle au  $n$ -ième rebond. Ainsi,  $h_0=2$ .

### Partie A

1. Déterminer  $h_1$ ,  $h_2$  et  $h_3$ . Interpréter les résultats.
2. Par quelle opération passe-t-on de la hauteur  $h_n$  du  $n$ -ième rebond à la hauteur  $h_{n+1}$  du rebond suivant ? Quelle relation de récurrence a-t-on ?
3. Conjecturer, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , la formule explicite permettant d'obtenir directement le terme  $h_n$  en fonction du terme  $h_0$ .
4. Quelle est la hauteur de la balle au sixième rebond ?

### Partie B

On admet que la balle cesse de rebondir lorsque la hauteur du rebond est inférieure à  $0,5\text{ cm}$ . On souhaite savoir combien de rebonds doivent se produire avant que la balle cesse de rebondir.

Proposer une méthode de résolution.