

Loi uniforme discrète

1. On considère la variable aléatoire Q comptant le nombre obtenu lorsque l'on lance un dé équilibré à quatre faces numérotées de 1 à 4.
Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire Q puis calculer son espérance.
2. Reprendre la question précédente avec la variable aléatoire H comptant le nombre obtenu lorsque l'on lance un dé équilibré à huit faces numérotées de 1 à 8.
3. Pour $n \in \mathbb{N}$, on dit que X suit la loi uniforme sur $\{1; 2; \dots; n\}$ si X prend pour valeurs les n entiers 1, 2, ..., n de manière équiprobable.
 - a. Quelle est la probabilité de l'événement $X=k$ pour k entier entre 1 et n ?
 - b. D'après les questions 1 et 2, que peut-on conjecturer pour l'expression de $E(X)$ en fonction de n ?
 - c. Démontrer cette conjecture.

Angine bactérienne ou virale ?

Chez l'être humain, l'angine peut être provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne), soit par un virus (angine virale). On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie. L'angine est bactérienne dans 20% des cas.

On choisit un malade au hasard. L'expérience aléatoire consiste à savoir si son angine est d'origine bactérienne (notée B) ou non (notée V).

Partie A

1. Combien cette expérience compte-t-elle d'issues ?
2. Quelle est la probabilité que l'angine du malade soit d'origine bactérienne ?
3. Décrire cette expérience grâce à un arbre pondéré.

Partie B

Trois malades se sont présentés au cabinet d'un médecin. Ils n'ont eu aucun contact entre eux. On s'intéresse au nombre X d'angines bactériennes parmi ces malades.

1. Pourquoi est-il important de préciser ici que les malades n'ont pas été en contact les uns avec les autres ?
2. Quelles sont les valeurs possibles de X ?
3. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
4. Combien de chemins correspondent à l'événement $\{X=k\}$ pour k allant de 0 à 3 ?
5. L'événement $\{X=k\}$ correspond à l'ensemble des triplets écrits avec les lettres B et V , où B apparaît k fois et V apparaît $3-k$ fois.

Faire le lien entre les réponses de la question précédente et la notation $\binom{3}{k}$.

6. Expliquer pourquoi la formule $\binom{3}{k} \times 0,2^k \times 0,8^{3-k}$ permet de calculer $P(X=k)$ pour k allant de 0 à 3.