

Statistiques à deux variables quantitatives

Exercice 1

Une étude est réalisée sur la marque des chaussures des jeunes japonais de 16-18 ans.

1. Quelle est la population étudiée ?
2. Quel est le caractère étudié ?
3. Ce caractère est-il quantitatif ou qualitatif ? Justifiez votre réponse.

Exercice 2

Avant les négociations en vue de demander une augmentation des salaires, un syndicat routier commande une étude statistique du salaire des routiers travaillant en France ayant plus de 5 ans d'ancienneté.

1. Quelle est la population étudiée ?
2. Quel est le caractère étudié ? De quel type est ce caractère ?

Exercice 3

Fabrice étudie le nombre de fois où les numéros sortent au loto sur la période 2009-2010. Il résume ces données dans un tableau. Donner la population et le caractère étudiés ainsi que le type du caractère.

Exercice 4

Le taux de calcium dans le sang doit être compris entre 95 mg.L^{-1} et 105 mg.L^{-1} .

L'**hypocalcémie** est la diminution du taux de calcium dans le sang. Elle entraîne des troubles neurologiques et musculaires (fourmillements, contractures, etc). Un patient atteint d'hypocalcémie doit faire des analyses tous les jours. Voici ses résultats sur deux mois :

Taux de calcium (en mg.L^{-1})	[70 ; 80[	[80 ; 90[	[90 ; 100[	[100 ; 110[	[110 ; 120[
Nombres d'analyses	11	21	14	13	1

1. Quel est le caractère étudié ?
2. Calculer la fréquence correspondant à une quantité de calcium compris entre 70 et 80 mg.L^{-1} .
3. Quel est le pourcentage de jours (au dixième près) où la quantité de calcium est supérieure à 110 mg.L^{-1} ?
4. Représenter graphiquement cette série statistique à l'aide d'un histogramme.

Exercice 5

Une entreprise d'électronique fabrique des résistances électriques. Les résistances fabriquées doivent avoir une valeur de $6,5 \Omega$. Un contrôle de qualité a donné les résultats suivants sur un échantillon de la fabrication :

Résistances (en Ω)	[5,5 ; 5,8[	[5,8 ; 6[	[6 ; 7[	[7 ; 7,2[	[7,2 ; 7,5[
Effectif	9	24	354	46	18

1. Quelle population est étudiée ? Quel caractère est étudié ? Quelle est la taille de l'échantillon ?
2. Calculer la fréquence des résistances ayant une valeur comprise entre $5,5 \Omega$ et $5,8 \Omega$.
3. Quel est le pourcentage de résistances (au dixième près) qui ont une valeur supérieure à 7Ω ?
4. Représenter graphiquement cette série statistique à l'aide d'un histogramme.

Exercice 6

Une société de prêt-à-porter fait une étude sur le nombre de jeans achetés en 2009 par les 16-25 ans.

Nombre de jeans achetés	0	1	2	3	4	5	6
Nombre d'individus	30	80	45	25	45	20	5
Fréquences							
FCC							

1. Quelle est la population étudiée ? Quel est le caractère étudié ?
2. Calculer les fréquences puis calculer les fréquences cumulées croissantes.
3. En déduire le pourcentage d'individus qui ont acheté quatre jeans ou moins en 2009.
4. Quelle est la fréquence des individus ayant acheté au maximum cinq jeans en 2009 ?
5. Compléter la phrase « 62% des jeunes entre 16 et 25 ans ont acheté au plus jeans en 2009. »
6. Quel est alors le pourcentage de jeunes entre 16 et 25 ans qui ont acheté au moins trois jeans ?

Exercice 7

On a relevé les temps d'attente des skieurs sur une remontée mécanique pendant une heure.

Temps d'attente (en min)	[0; 2[	[2; 6[	[6; 10[	[10; 30[
Nombre de skieurs	20	42	19	27

Quel est le temps d'attente moyen ? On présentera le résultat en « minute, seconde ».

Exercice 8

Une enquête sur le nombre d'heures de cours hebdomadaire des lycéens a donné les résultats suivants pour les 1902 lycéens de deux lycées :

Nombre d'heures	27	28	29	30	31	32	33	34	35
Effectif	231	352	411	98	153	197	87	214	159

1. Calculer le nombre d'heures moyen de cours hebdomadaire pour ces lycéens.
2. Ces lycéens travaillant sur six jours, quel est le nombre d'heures moyen de cours journaliers ?

Exercice 9

Voici les distances au Soleil, en millions de kilomètres, des huit planètes du système solaire.

Planètes	Jupiter	Mars	Mercure	Neptune	Saturne	Terre	Uranus	Vénus
Distance au soleil	778,3	227,9	57,9	4505	1427	149,6	2868	108,2

La distance médiane est-elle supérieure à la distance moyenne ?

Exercice 10

Toutes les questions sont indépendantes.

1. À quel pourcentage correspond une fréquence de $\frac{5}{8}$?
2. Dans une classe de 30 élèves, la fréquence des filles est de 0,8 . Quel est le nombre de filles ?
3. À l'issue de l'élection législative de 2017, un nouveau record a été battu : 227 femmes ont été élues sur 577 sièges de députés. Quelle est la fréquence de femmes élues ?
4. $\frac{7}{25}$ des 250 dossiers de Parcoursup ont été admis. Combien de candidats ont été retenus ?

Exercice 11

Une agence de voyage propose à ses 400 clients trois destinations : A , B ou C . Tous les clients choisissent une destination et une seule. La moitié d'entre eux choisit la destination A et 30% des personnes partent pour la destination B . Une enquête est réalisée à leur retour de voyage.

8 clients du voyage C se déclarent déçus alors que 80% des clients ayant fait le voyage B sont satisfaits. Par ailleurs, l'enquête a montré que 72% des personnes étaient satisfaites de leur voyage.

1. Compléter le tableau croisé d'effectifs ci-dessous.

Y = Destination X = Résultat de l'enquête	$y_1 = A$	$y_2 = B$	$y_3 = C$	Total
$x_1 = \text{Clients satisfaits}$				
$x_2 = \text{Clients déçus}$				
Total				

2. Donner n_{13} . En donner une interprétation.

3. Quel est l'effectif des clients ayant fait le voyage B et étant déçus ?

4. Quel est l'effectif marginal de x_2 ? En donner une interprétation.

Exercice 12

Compléter le tableau croisé d'effectifs suivant :

Y X	y_1	y_2	y_3	Total
x_1	82		54	150
x_2		46		
x_3	65			204
Total	180	126	127	

1. Donner n_{21} , n_{13} et n_{23} .

2. Quel est l'effectif total ?

3. Quel est l'effectif marginal de x_2 ?

Exercice 13

Un club de tennis propose, en plus de l'accès à ses terrains, des cours collectifs. Une étude sur le profil de ses membres est en partie consignée dans le tableau croisé ci-dessous.

Y = Cours Collectifs X = Sexe	$y_1 = \text{OUI}$	$y_2 = \text{NON}$	Total
$x_1 = \text{Hommes}$	91		
$x_2 = \text{Femmes}$		98	
Total			280

1. On sait que 65% des membres sont des hommes. Recopier et compléter le tableau.
2. Donner n_{21} . En donner une interprétation.
3. Quel est l'effectif des hommes inscrits au club et ne prenant pas de cours collectifs ?
4. Quel est l'effectif marginal de y_1 ? En donner une interprétation.

Exercice 14

On a effectué un sondage sur 600 personnes âgées de 15 à 50 ans inclus.

Parmi les 150 personnes âgées entre 15 et 24 ans, 74% préfèrent se coucher tard plutôt que de se lever tôt. 55% des personnes interrogées préfèrent se coucher tôt.

1. Compléter le tableau croisé d'effectifs ci-dessous.

$Y = \text{Heure du coucher}$ $X = \text{Age}$	$y_1 = \text{secoucher tard}$	$y_2 = \text{secoucher tôt}$	Total
$x_1 = [15; 25[$			
$x_2 = [25; 50]$			
Total			

2. Quel est l'effectif des personnes âgées entre 25 et 50 ans inclus ?
3. Quel est l'effectif des personnes qui se couchent tard et qui sont âgées entre 15 et 24 ans inclus ?

Exercice 15

Lors d'une journée de départ en vacances, certains automobilistes décident de décaler leur départ de samedi à dimanche. Pendant les deux jours du week-end, les automobilistes peuvent décider de prendre l'autoroute ou l'itinéraire bis. On a effectué un sondage sur 500 automobilistes et les résultats sont publiés dans le tableau ci-dessous.

$Y = \text{Départ}$ $X = \text{Route empruntée}$	$y_1 = \text{samedi}$	$y_2 = \text{dimanche}$	Total
$x_1 = \text{autoroute}$	145		
$x_2 = \text{itinéraire bis}$		64	
Total	225		500

1. Donner n_{21} et interpréter le résultat.
2. Quel est l'effectif des automobilistes qui sont partis samedi et qui ont roulé sur l'autoroute ?
3. Quel est l'effectif des automobilistes qui sont partis dimanche ou qui ont roulé sur l'autoroute ?

Exercice 16

On donne ci-dessous le tableau croisé d'effectifs des variables X et Y .

Y X	y_1	y_2
x_1	12	8
x_2	3	2

Après avoir calculé l'effectif total, donner le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.

Exercice 17

On considère deux événements A et B . L'effectif de chaque événement est donné dans le tableau ci-dessous.

$X =$ \ $Y =$	B	$\bar{B}$
A	121	45
$\bar{A}$	67	6

Après avoir calculé l'effectif total, donner le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.

Exercice 18

Le tableau suivant donne les effectifs des classes de première au lycée de Lens.

$Y = \text{Sexe}$ \ $X = \text{Filières}$	$y_1 = \text{Filles}$	$y_2 = \text{Garçons}$	Total
$x_1 = 1^{\text{ère}} \text{STMG}$	54	90	144
$x_2 = 1^{\text{ère}} \text{ST2S}$	59	18	77
$x_3 = 1^{\text{ère}} \text{STI2D}$	27	72	99
$x_4 = 1^{\text{ère}} \text{STL}$	60	18	78
$x_5 = 1^{\text{ère}} \text{STD2A}$	34	18	52
Total	234	216	450

1. Construire le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.
2. Quel est le pourcentage de filles en 1^{ère} STI2D ?
3. Donner f_{42} . En donner une interprétation.
4. Quel est le pourcentage d'élèves en 1^{ère} ST2S ?

Exercice 19

Des chercheurs tentent de comprendre pourquoi certaines personnes sont plus vulnérables que d'autres à une maladie. Ils ont mené une étude sur le lien entre l'état dépressif et les antécédents familiaux sur des patients. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

	Avec antécédents	Sans antécédents	Total
Patients non malades	456	308	
Patients malades	76	160	
Total			

1. Compléter le tableau.
2. Construire le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.
3. Quel est le pourcentage des patients non malades avec antécédents ?
4. Donner f_{22} . En donner une interprétation.
5. Comparer les deux résultats précédents.

Exercice 20

On donne dans le tableau ci-dessous la répartition des élèves d'un lycée, en fonction des langues étudiées.

Y = Langues étudiées X = Niveaux scolaires	Anglais/Allemand	Anglais/Espagnol	Anglais/Italien	Total
Seconde	145	367	92	604
Première	133	365	101	599
Terminale	136	366	95	597
Total	414	1098	288	1800

1. Construire le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.
2. Donner f_{13} et f_{32} .
3. Déterminer le pourcentage des élèves étudiant l'anglais et l'italien.

Exercice 21

Durant l'année 2018, la Tour Eiffel a été visitée par plus de 7 millions de personnes.

Plus de 75% des visiteurs sont des étrangers. Parmi les étrangers, les $\frac{3}{4}$ accèdent au troisième étage. Deux tiers des Français restent au deuxième étage.

1. Quel est le nombre de visiteurs journaliers de la Tour Eiffel ? Arrondir à l'unité.
2. Compléter le tableau croisé d'effectifs du nombre de personnes visitant quotidiennement la Tour Eiffel.

	Nombre de personnes visitant le deuxième étage	Nombre de personnes visitant le troisième étage	Total
Étrangers			
Français			
Total			

3. Quel est l'effectif le plus important au deuxième étage ?
4. Construire le tableau des fréquences par rapport à l'effectif global.

Exercice 22

Lors d'une compétition de tennis, on a relevé que sur 126 compétiteurs, 46 sont des femmes. Parmi ces femmes, 21 sont classées. Parmi les compétiteurs hommes, 53 sont classés.

1. Construire le tableau croisé d'effectifs contenant les effectifs marginaux.
2. Donner le tableau des fréquences conditionnelles du classement par rapport aux hommes.
3. Comment peut-on interpréter ce tableau ?

Exercice 23

On considère deux événements A et B . L'effectif de chaque événement est donné dans le tableau suivant :

$X \backslash Y$	B	$\bar{B}$	Total
A	32	21	53
$\bar{A}$	5	6	11
Total	37	27	64

1. Construire le tableau des fréquences conditionnelles de X par rapport à $Y=B$. Vous arrondirez vos résultats à 10^{-2} près.
2. Construire le tableau des fréquences conditionnelles de Y par rapport à $X=\bar{A}$. Vous arrondirez vos résultats à 10^{-2} près.

Exercice 24

On donne ci-dessous le tableau croisé d'effectifs des variables X et Y .

$X \backslash Y$	y_1	y_2
x_1	18	54
x_2	25	162

1. Construire le tableau des fréquences conditionnelles de X par rapport à $Y=y_2$.
2. Construire le tableau des fréquences conditionnelles de Y par rapport à $X=x_1$.
3. Que constate-t-on ?

Exercice 25

On donne dans le tableau ci-dessous la répartition des élèves d'un lycée, en fonction des langues étudiées.

$X \backslash Y$	Anglais/Allemand	Anglais/Espagnol	Anglais/Italien	Total
$Y = \text{Langues étudiées}$				
$X = \text{Niveaux scolaires}$				
Seconde	145	367	92	604
Première	133	365	101	599
Terminale	136	366	95	597
Total	414	1098	288	1800

1. Construire le tableau des fréquences conditionnelles du niveau scolaire des élèves par rapport aux langues étudiées Anglais/Italien. Vous arrondirez vos résultats à 10^{-2} près.
2. Construire le tableau des fréquences conditionnelles des langues étudiées par rapport aux élèves de 1^{ère}. Vous arrondirez vos résultats à 10^{-2} près.

Exercice 26

Un commerçant spécialisé en photographie numérique propose en promotion un modèle d'appareil photo numérique et un modèle de carte mémoire compatible avec cet appareil. Il a effectué un sondage lors d'une précédente promotion et donne les résultats des tableaux des fréquences conditionnelles suivants :

	Clients achetant la carte mémoire en promotion	Clients achetant la carte mémoire à plein tarif	Total
Clients achetant l'appareil photo en promotion	0,7	0,3	1

	Clients achetant la carte mémoire en promotion	Clients achetant la carte mémoire à plein tarif	Total
Clients achetant l'appareil photo à plein tarif	0,4	0,6	1

1. Peut-on dire que le nombre de personnes achetant l'appareil photo et la carte mémoire en promotion est plus important que celui achetant à plein tarif ?
2. On sait que 200 clients achètent l'appareil photo à plein tarif et que 100 l'achètent en promotion. Comparer les clients achetant l'appareil photo et la carte mémoire en promotion et les clients achetant l'appareil photo à plein tarif et la carte mémoire en promotion.

Exercice 27

Le tableau ci-dessous représente la répartition du nombre des années d'étude des salariés d'une entreprise selon leur sexe.

Y = Sexe			
X = Années d'étude	Féminin	Masculin	Total
BAC+ 3	45	49	
BAC+ 5	16	11	
BAC+ 8	4	6	
Total			

1. Compléter le tableau croisé d'effectifs.
2. Donner n_{21} et n_{32} .
3. Construire le tableau de distribution des fréquences conditionnelles du sexe par rapport aux BAC+ 5 (arrondir à 10^{-2} près).

Exercice 28

Calculer les coordonnées du point moyen du nuage de point de la série statistique donnée.

1.

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	3	5	6	10	14	16

2.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
y_i	2	6	7	9	12	11	13	20

3.

x_i	-7	-5	-2	0	4	9	10	15
y_i	3	4	6	7	10	13	13	16

4.

x_i	3	4	5	6	8	10	13
y_i	11	8	7	5	2	-1	-4

Exercice 29

Construire le nuage de points de la série statistique donnée dans un repère orthogonal dont les unités graphiques sont précisées et dire si un ajustement affine est possible.

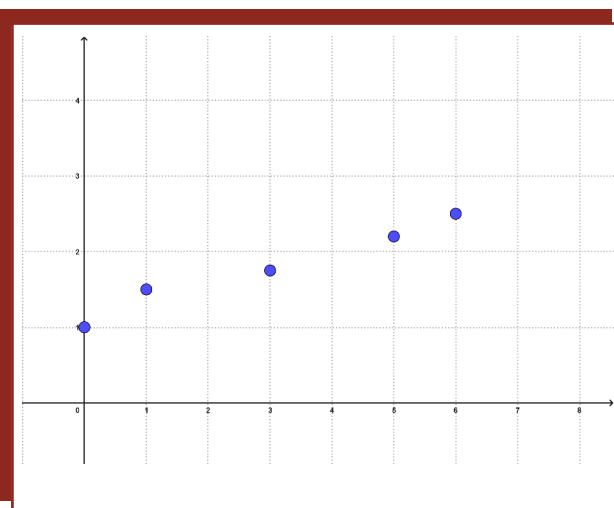
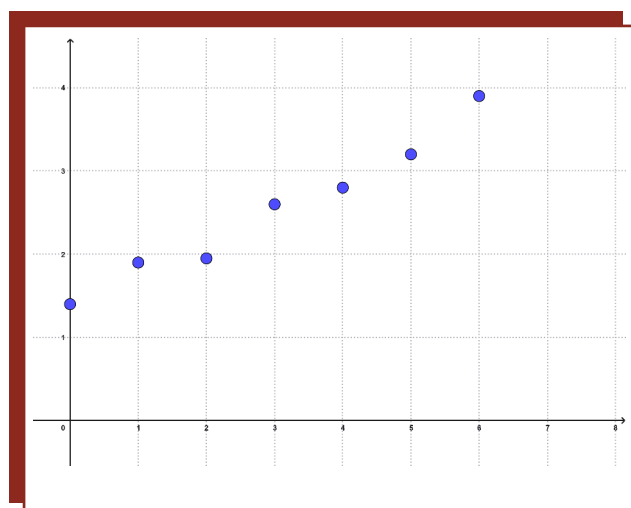
x_i	25	35	45	55	65	75
y_i	1,82	1,93	1,98	2,01	2,09	2,14

Unités graphiques : 2 carreaux pour 10 sur l'axe des abscisses et 1 carreau pour 1 sur l'axe des ordonnées.

Exercice 30

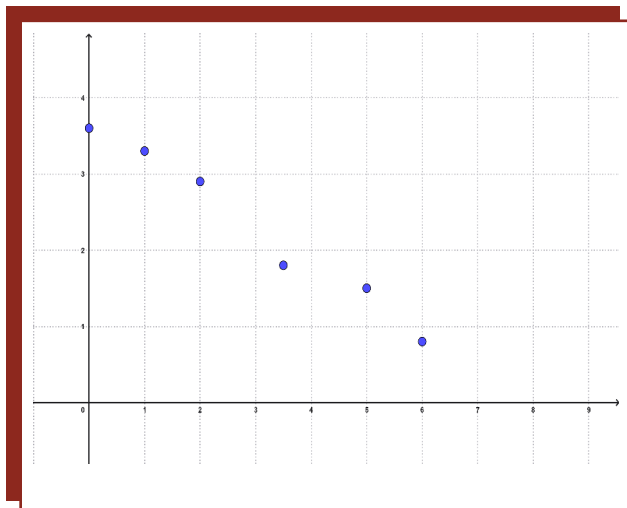
1. La droite de coefficient directeur 1,8 et passant par A(4,5;3) donne t-elle un bon ajustement affine de ce nuage ?
Si oui, déterminer son équation réduite.

2. La droite de coefficient directeur 0,25 et passant par A(4;2) donne t-elle un bon ajustement affine de ce nuage ?
Si oui, déterminer son équation réduite.

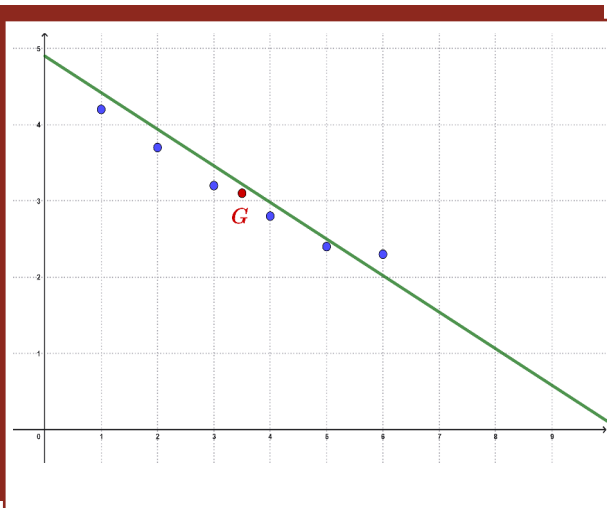


Exercice 31

1. Reproduire le nuage de points ci-contre.
Placer les points $A(1,5;3)$ et $B(4,5;1,5)$.
La droite (AB) donne-t-elle un bon ajustement affine de ce nuage ?
Si oui, déterminer son équation réduite.



2. Voici le nuage de points d'une série statistique à deux variables dont G est le point moyen.
La droite Δ tracée est-elle la droite d'ajustement affine par la méthode des moindres carrés ?



Exercice 32

Fabiola a calculé les coordonnées du point moyen de la série statistiques donnée ci-dessous :

x_i	2	5	6	9	11
y_i	22,5	18,3	16,4	15,1	13,3

Elle a obtenu $G(6,6;13,1)$. En n'ayant fait aucun calcul, son amie Inès lui dit qu'elle s'est trompée. Qu'en est-il ? Justifier votre réponse.

Exercice 33

Construire le nuage de points de la série statistique donnée dans un repère orthogonal dont les unités graphiques sont précisées et dire si un ajustement affine est possible.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
y_i	46	55	67	78	91	125	182	275

Unités graphiques : 1 carreau pour 1 sur l'axe des abscisses et 1 carreau pour 20 sur l'axe des ordonnées.

Exercice 34

Construire le nuage de points de la série statistique donnée dans un repère orthogonal dont les unités graphiques sont précisées et dire si un ajustement affine est possible.

x_i	2	4	6	8	10	12
y_i	82,16	82,44	82,58	82,46	82,32	82,00

Unités graphiques : 1 carreau pour 1 sur l'axe des abscisses et 1 carreau pour 0,1 sur l'axe des ordonnées avec pour origine 81,5.

Exercice 35

Une étude a permis d'établir que la relation entre le chiffre d'affaires y (en euros) d'un magasin d'articles de sport et le montant de la publicité investi x (en euros) est $y = 3,7x + 65000$.

1. Calculer le montant du chiffre d'affaires espéré si ce magasin investit 3 000€ en publicité.
2. Estimer le montant investi en publicité par ce magasin si son chiffre d'affaires est de 84 240€.

Exercice 36

Un magazine automobile a réalisé des mesures sur l'autonomie d des voitures électriques en km suivant l'année x depuis 2020.

On admet que la droite d'équation $d = 25x - 50339$ fournit un bon ajustement affine de la situation. Si ce modèle d'ajustement reste encore fiable quelques années :

1. Estimer l'autonomie des voitures électriques en 2026.
2. Estimer en quelle année l'autonomie des voitures électriques dépassera 600 kms.

Exercice 37

Depuis 2012, une étude a établi que le montant moyen des achats en ligne en France y (en euros) suivant l'année x est donnée par la relation $y = -4,3x + 8840$. Si ce modèle d'ajustement reste fiable encore quelques années :

1. Estimer le montant moyen des achats en ligne en 2026.
2. Estimer en quelle année le montant moyen des achats en ligne deviendra inférieur à 100€.

Exercice 38

Une population de bactéries placées dans un liquide se multiplie. On a étudié pendant 6 heures l'évolution du nombre N de bactéries, en millions, en fonction du temps t , en heures.

On estime que la droite d'équation $N = 9,26t + 1,5$ fournit un bon ajustement affine de la situation. Si ce modèle d'ajustement reste encore fiable quelques années :

1. Estimer le nombre de bactéries au bout d'un jour.
2. Estimer au bout de combien d'heures le nombre de bactéries dépassera les 100 millions.

Exercice 39

Un hypermarché propose à ses clients six modèles d'ordinateur portable. Il réalise une étude sur le volume des ventes suivant le prix de vente de ce produit. Voici les résultats :

Prix de l'ordinateur x_i (en euros)	300	350	400	450	500	600
Nombre d'unités vendues y_i	210	190	160	152	124	102

1. Représenter le nuage de points dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 carreau pour 50€ sur l'axe des abscisses et 1 carreau pour 10 unités sur l'axe des ordonnées en prenant pour origine le point de coordonnées $(250; 100)$).
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage.
3. Tracer « au jugé » une droite d'ajustement affine passant par le point moyen G .
4. La direction souhaite proposer un nouveau modèle à la vente, au prix de 430€. Déterminer graphiquement une estimation du nombre de ventes de ce nouveau modèle.

Exercice 40

Le contrôle de gestion d'une entreprise a relevé depuis l'année 2021 le budget publicitaire, en dizaines de milliers d'euros. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Année	2021	2022	2023	2024	2025	2026
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Budget y_i	2,4	2,9	3,1	3,4	3,6	4,1

1. Dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 carreau pour 1 sur l'axe des abscisses et 2 carreaux pour 1 dizaine de milliers d'euros sur l'axe des ordonnées), représenter le nuage de points de cette série statistique.
2. Soit G_1 le point moyen associé au trois premiers points du nuage et G_2 le point moyen associé aux trois derniers points du nuage. Calculer les coordonnées de G_1 et G_2 .
3. Tracer la droite $(G_1 G_2)$ sur le graphique.
4. Estimer graphiquement l'année à partir de laquelle le budget publicitaire de cette entreprise dépassera 50 000€.
5. Déterminer l'équation de la droite $(G_1 G_2)$ puis retrouver le résultat de la question 4 par le calcul.

Exercice 41

En prévision du lancement d'une nouvelle gamme de produits cosmétiques, une société a effectué une enquête auprès de clients potentiels pour fixer le prix de vente (en euros) d'une crème solaire. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Prix de vente (en euros) x_i	5	10	15	20	25
Nombre de clients (en milliers) y_i	120	100	65	55	48

1. a. Représenter graphiquement le nuage de points de cette série statistique (unités graphiques : 1 carreau pour 2 euros sur l'axe des abscisses et 1 carreau pour 10 clients sur l'axe des ordonnées).
b. Un ajustement affine est-il envisageable ?
2. a. On choisit pour droite d'ajustement du nuage de points la droite passant par les points A(6;110) et B(22;50). Tracer la droite (AB) sur votre graphique.
b. Estimer graphiquement le prix maximum pour qu'il y ait au moins 80 000 acheteurs potentiels.
3. Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).
4. En utilisant l'équation réduite de la question précédente :
a. Estimer le nombre d'acheteurs si le prix est fixé à 13€. Quelle serait alors le montant de la recette correspondante ?
b. Estimer le nombre d'acheteurs si le prix est fixé à 30€. Quelle serait alors le montant de la recette correspondante ?

Exercice 42

On donne ci-dessous le tableau d'une série statistique à deux variables.

x_i	35,2	a	26,7	21	18,4	15,2	11,3	9,8
y_i	11,4	9,5	7,6	5,2	4	3,1	2,8	b

On sait que le point moyen du nuage de point de cette série statistique a pour coordonnées (21,3;5,6). Calculer la valeur de a et celle de b .