Repérage dans le plan

Exercice 1

Tracer une droite d et placer un point M n'appartenant pas à d.
1. Construire le point H tel que la distance de M à la droite d soit la longueur MH.
2. Soit un point N de la droite d, tracer la hauteur issue de H dans le triangle MNH, elle coupe le segment $[\mathrm{MN}]$ en un point I.
3. Dans le triangle MNH, quelle sera la hauteur issue de N ?
4. Quelle est la distance du point H à la droite (MN) ?

Exercice 2

On considère deux points A et B situés du même côté par rapport à une droite d. On construit les projetés $\mathrm{A'}$ et $\mathrm{B'}$ des points A et B sur la droite d. Donner les possibilités quant à la nature du quadrilatère $\mathrm{AA'B'B}$. Justifier.

Exercice 3

1. Tracer un cercle de centre O et de rayon $3\,cm$, puis placer un point A quelconque sur ce cercle.
2. Tracer la droite d perpendiculaire à (OA) en A.
3. Placer un point M quelconque sur la droite d.
4. Comparer, en justifiant, les distances OA et OM.

Exercice 4

On considère un parallélogramme ABCD d'aire $24\,cm^2$ et tel que $\mathrm{AB}=8\,cm$.
On appelle H le projeté orthogonal de D sur la droite (AB).
1. Déterminer la distance du point D à la droite (AB).
2. Construire un parallélogramme ABCD vérifiant les hypothèses et tel que H soit le milieu du segment $[\mathrm{AB}]$.
3. En déduire que $\mathrm{DA}=\mathrm{DB}$.
4. En déduire que le cercle de centre B passant par D passe aussi par C.

Exercice 5

On considère un carré ABCD de côté $6\,cm$.
1. Construire l'ensemble des points M qui sont situés à $2\,cm$ de la droite (AD).
2. Quelles sont les valeurs possibles pour la distance du point B à cet ensemble ?
3. De la même manière, construire l'ensemble des points qui sont situés à $2\,cm$ de la droite (AB).
4. Combien y a-t-il de points qui sont dans les deux ensembles précédents ?

Exercice 6

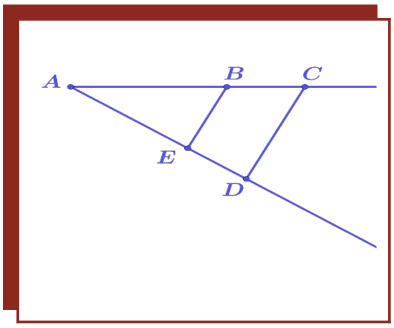
Un triangle BCD est tel que $\mathrm{BC}=25$, $\mathrm{BD}=24$ et $\mathrm{CD}=7$. Déterminer si le triangle BCD est rectangle ou non.

Exercice 7

Dans un triangle ABC, on a $\mathrm{AB}=9$, $\mathrm{BC}=12$ et $\mathrm{AC}=15$. Démontrer que ABC est un triangle rectangle et calculer son aire.

Exercice 8

On considère trois points A , B et C alignés sur une même demi-droite d'origine A tels que $AB=8$ et $AC=12$. Sur une autre demi-droite d'origine A , on place les points D et E tels que (BE) est parallèle à (CD) et $AD=9$. Calculer la longueur AE .



Exercice 9

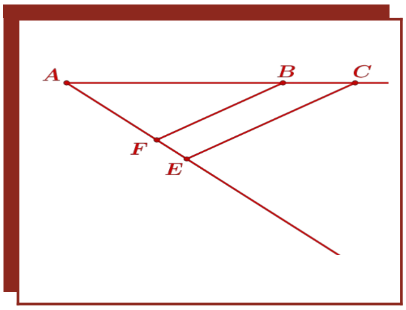
Soit ABC un triangle rectangle en A et H le projeté orthogonal de A sur $[BC]$.

1. Montrer que les triangles ABC et AHC sont semblables.

2. De même, montrer que les triangles ABC et AHB sont également semblables.

Exercice 10

Sur deux demi-droites de même origine A , on place les points B , C , E et F tels que $AB=8$, $BC=4$, $AF=4$ et $EF=2$. Déterminer si les droites (BF) et (CE) sont parallèles.



Exercice 11

On considère un parallélogramme $ABCD$ tel que B et D ont le même projeté orthogonal sur la diagonale $[AC]$.

1. Justifier que les droites (BD) et (AC) sont perpendiculaires.

2. Que peut-on en déduire de la nature $ABCD$?

Exercice 12

On considère le triangle ABC tel que $AB=10,5$, $AC=17,5$ et $BC=14$. On appelle H le projeté orthogonal du point B sur le côté $[AC]$.

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle.

2. Exprimer l'aire de ce triangle de deux façons.

3. En déduire la longueur BH .

Exercice 13

On considère deux droites d et d' sécantes en un point O et un point A n'appartenant ni à d , ni à d' . On projette le point A sur la droite d en un point H et sur d' en un point K . La droite (AH) coupe d' en un point B et la droite (AK) coupe la droite d en un point C . Réaliser la figure correspondante. Démontrer que les droites (AO) et (BC) sont perpendiculaires.

Exercice 14

Soit un triangle ABC rectangle en C tel que $AB=8$ et $AC=4$.

1. Déterminer la valeur de l'angle $\widehat{ABC}$. En déduire la valeur de l'angle $\widehat{CAB}$.

2. Calculer la longueur BC de deux manières différentes.

Exercice 15

Soit un triangle ABC quelconque. Construire toutes les droites remarquables de ce triangle.

Exercice 16

Dans un triangle ABC rectangle en A tel que $AB=5$, on place un point D sur le segment $[AB]$ tel que $AD=3$ et $\widehat{ADC}=60°$.
Calculer les longueurs CD et AC. En déduire la valeur de l'angle $\widehat{ABC}$.

Exercice 17

L'unité est le centimètre. On considère le triangle RST tel que $RS=4,8$, $ST=5,2$ et $RT=2$.
1. Démontrer que le triangle RST est rectangle en R.
2. Calculer alors une mesure de tous les angles de ce triangle.

Exercice 18

On considère un triangle LMN rectangle en N tel que $\cos\left(\widehat{MLN}\right)=0,6$.
1. Calculer la valeur exacte de $\sin\left(\widehat{MLN}\right)$.
2. Sachant que $LM=10\,cm$, calculer la longueur des autres côtés du triangle. Arrondir au dixième.

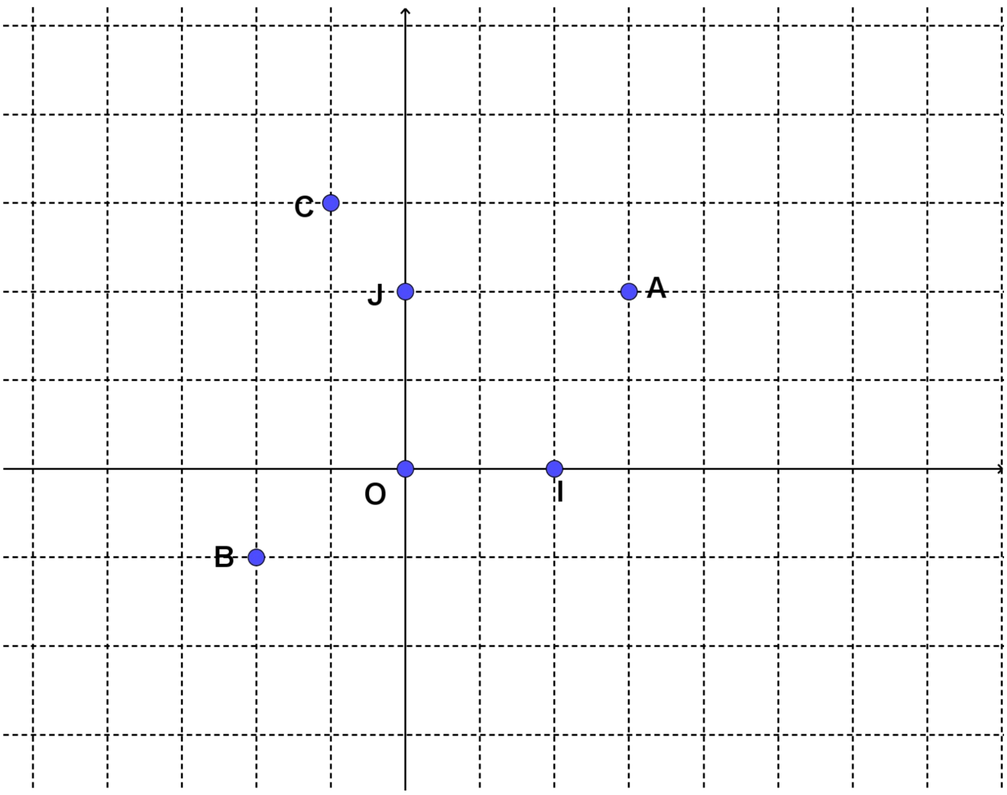
Exercice 19

Dans chaque cas, donner la valeur arrondie en degré de x.

1. $\sin(x)=0{,}32$; **2.** $\tan(x)=36$; **3.** $\cos(x)=\dfrac{2}{3}$.

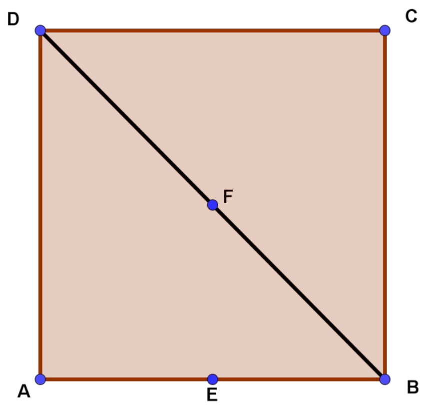
Exercice 20

1. Dans le repère $(O;I,J)$ ci-dessous, lire les coordonnées des points A, B et C.
2. Placer les points $D(1,5;0)$, $E(-0,5;2)$ et $F\left(-\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.
3. Quelles sont les coordonnées des points A, B et C dans le repère $(D;I,A)$.



Exercice 21

$ABCD$ est un carré. E est le milieu du segment $[AB]$ et F le milieu du segment $[BD]$.
Dans le repère orthonormé $(A;B,D)$, donner les coordonnées des différents points de la figure.

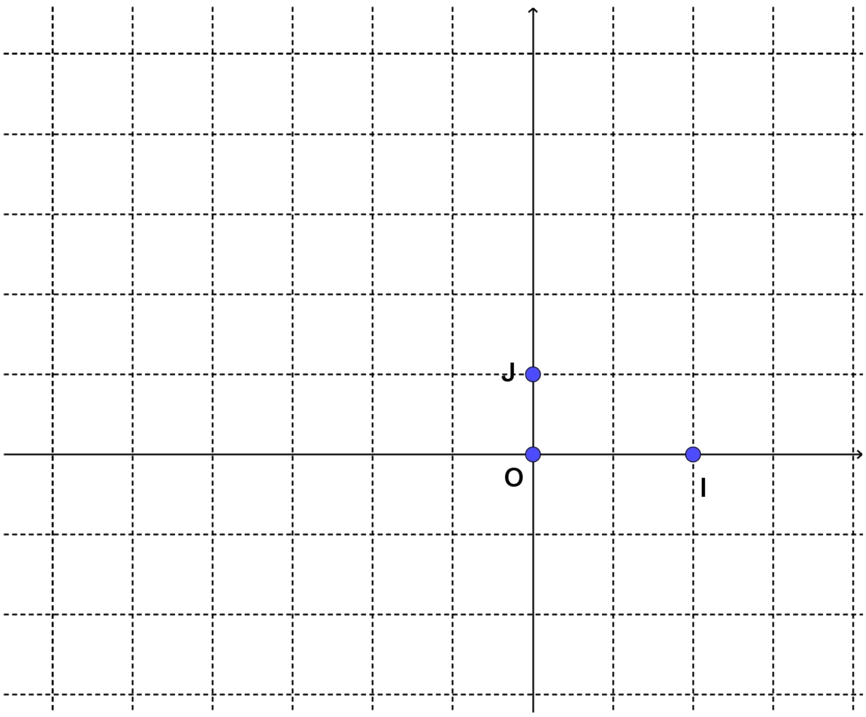


Exercice 22

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;I,J)$.
1. On donne les points $A(-1;2)$ et $B(3;4)$. Le point $C(1;3)$ est-il le milieu de $[AB]$?
2. Même question avec les points $E(-2;3)$, $F(-5;-1)$ et $G(-3,4;1)$.

Exercice 23

Dans le repère $(O;I,J)$ ci-dessous, on considère les points : $A(1;-2)$, $B(-3;0)$ et $C(-1;2)$.
1. Placer les points A, B et C dans le repère $(O;I,J)$.
2. Calculer les coordonnées du point K milieu du segment $[AB]$.
3. On appelle D le symétrique de B par rapport à C. Construire le point D et calculer ses coordonnées.



Exercice 24

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;I,J)$.
On considère les points $A(3;-3)$, $C(-2;-2)$ et $D(4;0)$.
1. Faire une figure sur laquelle on placera les points intervenant dans l'énoncé.
2. Déterminer les coordonnées du milieu K de $[CD]$.
3. Déterminer, graphiquement puis par le calcul, les coordonnées du point B, symétrique de A par rapport à K.
4. Quelle est la nature du quadrilatère $ACBD$?

Exercice 25

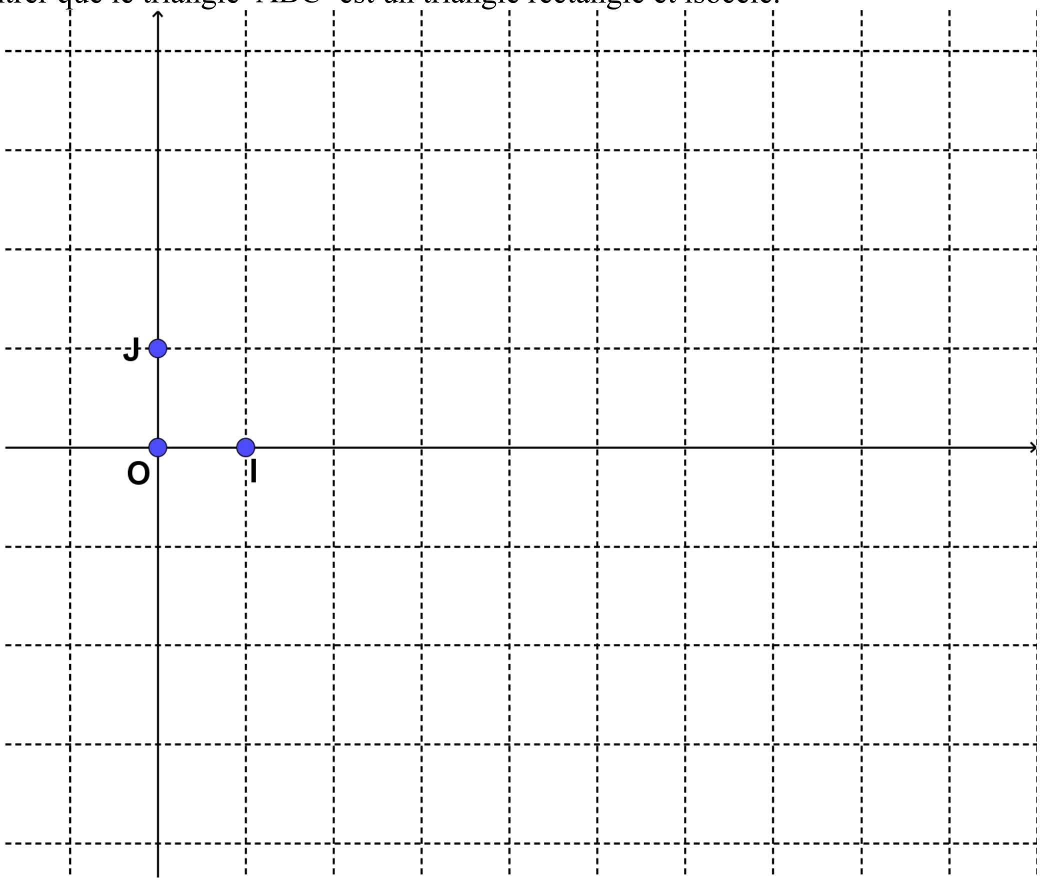
Dans un repère orthonormé, on considère les points $R(-1;4)$, $S(5,5;-1,5)$, $T(4,5;3)$ et $U(0;-0,6)$.
Le quadrilatère $RTSU$ est-il un parallélogramme ? Justifier.

Exercice 26

Dans un repère orthonormé $(O;I,J)$, on donne les points $A(-5;3)$, $B(-4;-1)$ et $C(1;-4)$.
1. Calculez les coordonnées du milieu E de $[AC]$.
2. Déduisez-en les coordonnées de D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 27

Dans le repère orthonormé $(O;I,J)$ ci-dessous, on considère les points : $A(3;1)$, $B(7;2)$ et $C(4;-3)$.
1. Placer les points A, B et C dans le repère $(O;I,J)$.
2. Démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle et isocèle.



Exercice 28

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;I,J)$. On considère les points $A(4;2\sqrt{3})$ et $B(-1;3\sqrt{3})$. Le triangle OAB est-il équilatéral ?

Exercice 29

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;I,J)$.
Soit $A(-1;2)$, $B(3;3)$, $C(0;6)$, $D(-5;4)$ et $E(-3;-2)$.
1. Faire une figure sur laquelle on placera les points intervenant dans l'énoncé.
2. A est-il le milieu de $[CE]$?
3. Démontrer que le triangle ABC est isocèle en A. Est-il équilatéral ?
4. Démontrer que le triangle ADE est isocèle en A. Ce triangle est-il rectangle en A ?

Exercice 30

Dans un repère orthonormé $(O;I,J)$, on donne les points $A(3;4)$ et $B(-1;7)$.
1. Le triangle OAB est-il isocèle en A ?
2. Le point A est-il sur le cercle de centre $C(-1;-3)$ et de rayon 8 ?

Exercice 31

Dans un repère orthonormé du plan, on donne $A(-1;0)$, $B(2;1)$ et $C(-2;3)$.
1. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.
2. Calculer les distances AB, AC et BC.
3. Démontrer que $ABDC$ est un carré.

Exercice 32

1. Dans un repère orthonormé, placer les points $A(6;1)$, $B(3;5)$ et $D(11;1)$.
2. Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifier.
3. E est le point de coordonnées $\left(\frac{17}{2};6\right)$.
Démontrer que E est le centre du cercle C circonscrit au triangle ABD.
4. Soit I le point d'intersection des droites (AE) et (BD).
a. Quel rôle joue (AE) pour le segment $[BD]$?
b. En déduire la nature du triangle BIA.
d. Quelles sont les coordonnées de F centre du cercle circonscrit au triangle BIA ?

Exercice 33

Soit x un nombre réel quelconque. On considère dans un repère orthonormé $(O;I,J)$ du plan les points $A(-3;1)$ et $B(2x-1;2x)$.
1. Placer le point B pour $x=0$, puis pour $x=2$ et enfin pour $x=4$.
2. Calculer les longueurs OA, OB et AB en fonction de x.
3. En déduire une équation d'inconnue x pour que les droites (OA) et (OB) soient perpendiculaires.
4. En déduire les valeurs de x pour que cette propriété soit vérifiée.
Quelles sont alors les coordonnées de B correspondantes ?

Exercice 34

On donne les points $A(-2;-1)$, $B(-2;4)$ et $C(2;2)$ et on note E le milieu de $[BC]$.

1. Placer les points dans le repère orthonormé ci-contre.

On complétera la figure tout au long de l'exercice.

2. Calculer les coordonnées du point E.

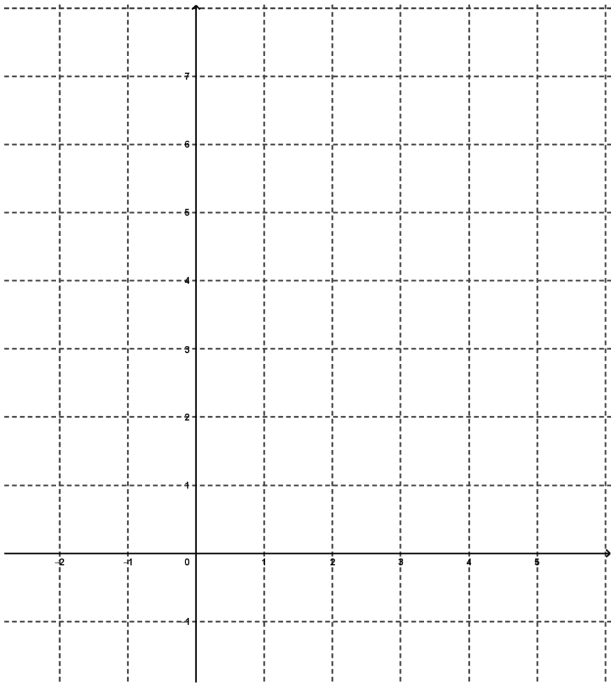
3. Construire et calculer les coordonnées du point D symétrique de A par rapport à E.

4. Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$. Justifier.

5. Montrer que le triangle ABC est isocèle en A.

6. En déduire une précision sur la nature de $ABDC$. Justifier.

7. Quelle est la nature du triangle BED ? Justifier.



Exercice 35

Dans les cas suivants, les points A, B et C sont-ils alignés ?

1. $A(-1;6)$, $B(2;3)$ et $C(5;0)$.

2. $A(-2;1)$, $B(2;4)$ et $C(5;6)$.

Exercice 36

On considère les points $A(6;5)$, $B(2;-3)$ et $C(-4;0)$.

1. Calculer les distances AB, BC et AC.

2. En déduire la nature du triangle ABC.

3. Calculer le périmètre et l'aire de ce triangle.

Exercice 37

Soit $(O;I,J)$ un repère orthonormé du plan.

Dans chacun des cas, déterminer si les points A, B et C sont alignés.

1. $A\left(1;-\dfrac{5}{4}\right)$, $B\left(5;\dfrac{7}{4}\right)$ et $C\left(12;\dfrac{13}{4}\right)$.

2. $A\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$, $B\left(3;-\dfrac{1}{3}\right)$ et $C\left(9;-\dfrac{5}{3}\right)$.

Exercice 38

A et B sont deux points du plan et C est le cercle de diamètre $[AB]$ et de centre O. Le triangle ABD est tel que $[AD]$ coupe C en I.

On note J le symétrique de I par rapport au centre O.

1. Faire une figure.

2. Conjecturer la nature du quadrilatère $AIBJ$.

3. Démontrer la conjecture.

Exercice 39

Soit $(O;I,J)$ un repère orthonormé du plan.
On donne les points $A(-2;1)$ et $B(4;3)$.
1. Calculer les coordonnées de K, milieu de $[AB]$.
2. Placer les points A, B et K sur la figure ci-dessous puis construire le cercle C de diamètre $[AB]$.
3. Soit $M(a;b)$ un point du cercle C distinct de A et B.
a. Conjecturer la nature du triangle AMB.
b. Montrer que $AB=2\,KM$.
c. Exprimer AM^2 et BM^2 en fonction de a et b.
d. Prouver la conjecture.