

Tangente à une courbe

1. a. Dans un repère $(O; I, J)$, placer les points $A(4; -6)$ et $B(7; 0)$.
b. Déterminer une équation de la droite (AB) .
2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6$ et P sa courbe représentative.
 - a. Montrer que le point A se trouve sur P .
 - b. Déterminer le point d'intersection de P et de l'axe des ordonnées.
 - c. Dédire des questions 2.a et 2.b, le tableau de variations de la fonction f .
 - d. Tracer la parabole P (à la calculatrice).
3. a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = 2x - 14$. En déduire le nombre de points d'intersection de la droite (AB) et de la courbe P .
b. Démontrer que pour tout nombre réel x , $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 \geq 2x - 14$. En déduire la position relative de la courbe P et de la droite (AB) .
4. Soit a un nombre réel.
 - a. Montrer qu'une équation de la droite d_a passant par le point A et ayant comme coefficient directeur a est $y = ax - 4a - 6$.
 - b. Tracer, à la calculatrice, différentes droites d_a pour différentes valeurs de a .
 - c. Démontrer que pour $a \neq 2$, les droites d_a ont deux points d'intersection distincts avec P .
 - d. (AB) est-elle la seule droite passant par A qui a un unique point d'intersection avec P ?

À toute vitesse !

On lâche une bille sans vitesse initiale d'une haute tour.
En cinématique, on apprend que la distance (en m) parcourue par l'objet au bout de t secondes est :

$$d(t) = \frac{1}{2}gt^2, \text{ avec } g \approx 9,8 \text{ m.s}^{-2}.$$

On veut évaluer sa vitesse instantanée 2 secondes après son lâcher.

Pour cela, on va calculer sa vitesse moyenne sur de petits intervalles de temps à partir de $t_0 = 2$.



1. Calculer la vitesse moyenne de la bille entre les instants $t_0 = 2$ et $t = 2,1$.
2. Montrer que la vitesse moyenne de la bille entre les instants $t_0 = 2$ et $t = 2 + h$ est :

$$\frac{d(2+h) - d(2)}{h} = 19,6 + 4,9h$$

3. a. Calculer cette vitesse moyenne pour $h = 0,1$; $h = 0,01$; $h = 0,001$.
b. Quand on donne à h (non nul) des valeurs aussi proches de 0 que l'on veut (on dit que « h tend vers 0 »), les vitesses moyennes entre les instants 2 et $2 + h$ tendent vers une « valeur limite ». Donner cette valeur à 0,1 près.
c. Quelle vitesse instantanée de la bille à l'instant $t = 2$ peut-on proposer ?