

Généralités sur les fonctions

Exercice 1

Une fonction f est déterminée par le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre ;
- Lui ajouter 3 ;
- Prendre le carré du résultat ;
- Ôter 4 à l'ensemble.

1. Tester ce programme pour les nombres 1, 5 et -2 .
2. Déterminer l'expression définissant cette fonction f (en choisissant x comme nombre).

Exercice 2

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x}$. Quel est l'ensemble de définition de f ?
(Ne pas hésiter à utiliser la calculatrice)

2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{1}{x-1}$. Quel est l'ensemble de définition de g ?
(Ne pas hésiter à utiliser la calculatrice)

Exercice 3

Dresser un tableau de 10 valeurs de la fonction f définie par $f(x) = (2x-3)^2$ à partir de $x = -5$ avec un pas de 1.

Exercice 4

On considère l'algorithme suivant :

- Choisir un nombre réel x ;
- Lui ajouter 4 ;
- Multiplier la somme obtenue par x ;
- Ajouter 4 à ce produit.

1. Déterminer l'expression de $f(x)$.
2. Quel semble être l'ensemble de définition de f ?
3. Dresser un tableau de 7 valeurs de la fonction f à partir de $x = -3$ avec un pas de 1.

Exercice 5

1. Tracer dans un repère la parabole représentant la fonction f définie par $f(x) = x^2$.
2. Tracer dans un repère l'hyperbole représentant la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{x}$.

Exercice 6

Soit f est la fonction définie sur $[-4; 6]$ par $f(x) = x^2 + 2x - 4$.

1. Afficher à l'aide de la calculatrice une table des valeurs de $f(x)$ pour x allant de -4 à 6 avec un pas de 1.
2. En déduire deux antécédents de -1 par f .
3. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère.

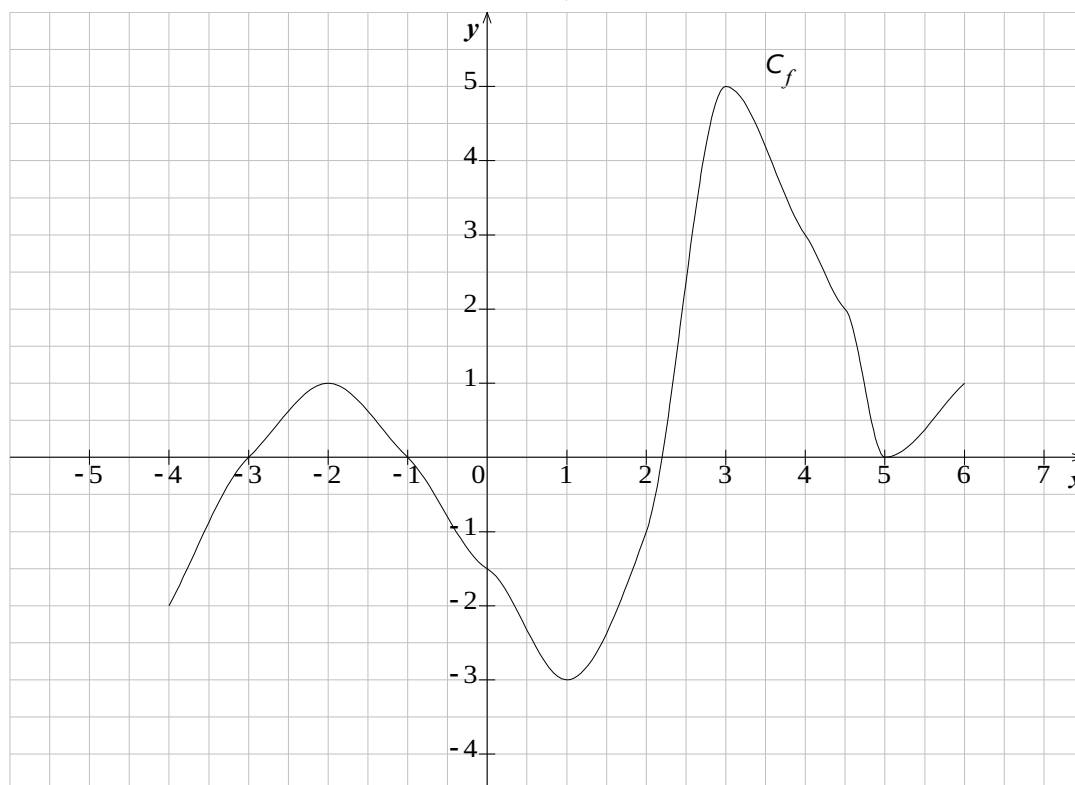
Exercice 7

Soit f la fonction définie sur $[-4; 5]$ par $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$.

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Les points $A(1; 2)$ et $C(4; 43)$ appartiennent-ils à la courbe C_f ?
3. Construire la courbe C_f dans un repère bien choisi.

Exercice 8

On donne ci-dessous la représentation graphique C_f d'une fonction f dans un repère.



1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
2. Quelle est l'image de 2 par f ?
3. Quels nombres ont pour image 0 par la fonction f ?
4. Combien -1 a-t-il d'antécédents par f ? Donner les valeurs de ces antécédents.

Exercice 9

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 6x - 9$.

Calculer les images de 0 et de -1 par f .

Exercice 10

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x - 3$.

1. Calculer les images de -2 et 5 .
2. Déterminer le(s) éventuel(s) antécédent(s) de 17 par la fonction f .
3. Quelle est la nature de la fonction f ?
4. Représenter graphiquement la fonction f .

Exercice 11

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = 3(t-1)^2$.

1. Calculer l'image de 2 par f .
2. Calculer $f(-3)$.
3. Est-il vrai que 4 n'admet pas d'antécédent par f ?
4. Est-il vrai que 0 admet un seul antécédent par f ?
5. Déterminer les antécédents de -12 par f .

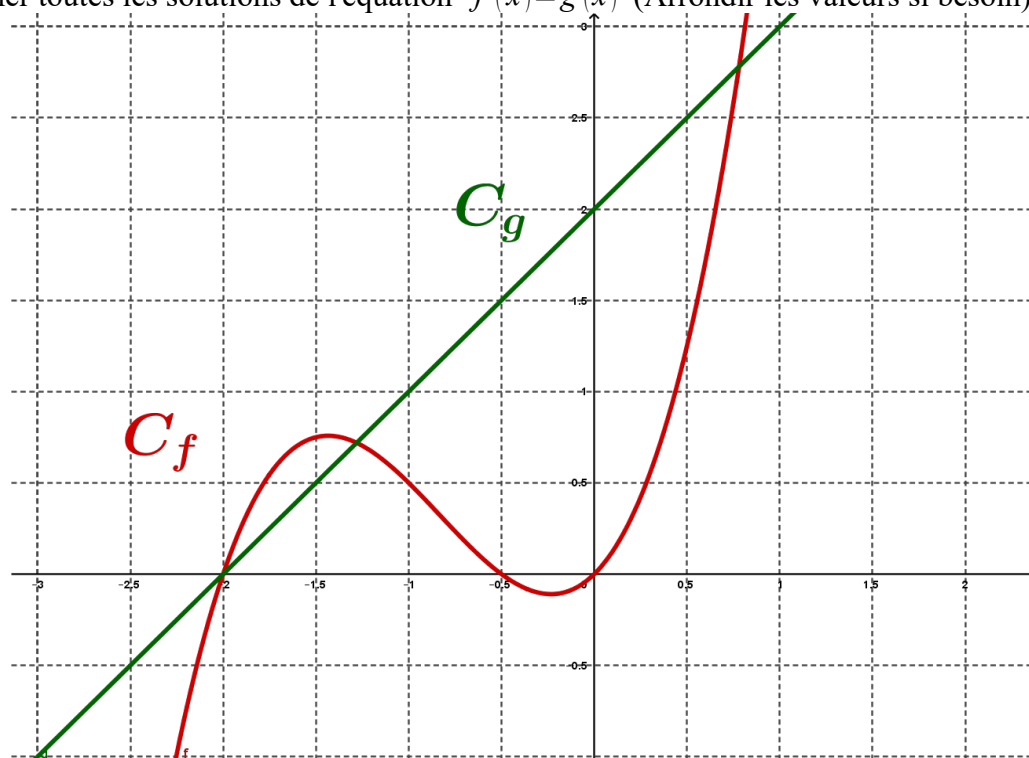
Exercice 12

Dans chaque cas, résoudre algébriquement l'équation $f(x) = g(x)$ puis interpréter graphiquement l'ensemble des solutions.

1. $f(x) = 2x + 3$ et $g(x) = 5$;
2. $f(x) = 3x - 2$ et $g(x) = -4x + \frac{1}{3}$;
3. $f(x) = 9x^2$ et $g(x) = 6x - 1$;
4. $f(x) = 2x^3 - x$ et $g(x) = 3x^2 - x$.

Exercice 13

Soit les représentations graphiques de deux fonctions f et g dans le repère ci-dessous. Déterminer toutes les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ (Arrondir les valeurs si besoin).



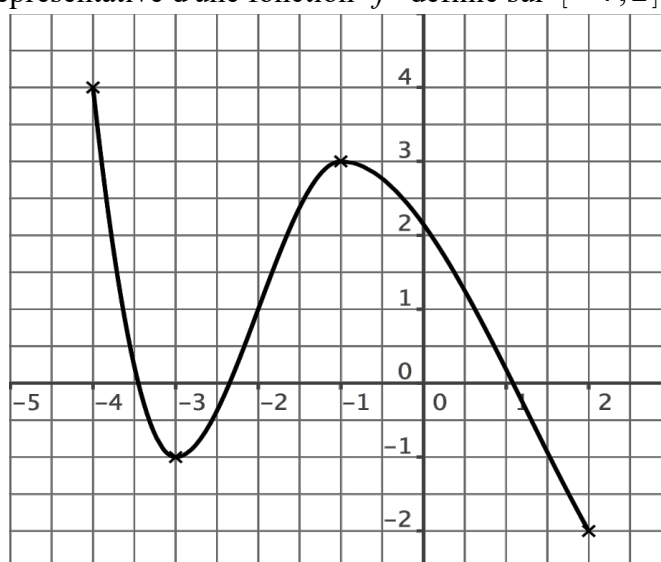
Exercice 14

Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x + 1$ et $g(x) = 2x^2 - 3$.

1. Calculer l'image de 4 par la fonction f .
2. Calculer l'image de -5 par la fonction g .
3. Calculer $g(\sqrt{5})$.
4. Calculer $g(1 - \sqrt{3})$.
5. Déterminer le(s) antécédent(s) de 4 par la fonction f .
6. Déterminer le(s) antécédent(s) de -2 par la fonction f .
7. Déterminer le(s) antécédent(s) de 5 par la fonction g .
8. Déterminer le(s) antécédent(s) de 3 par la fonction g .
9. Déterminer le(s) antécédent(s) de -5 par la fonction g .

Exercice 15

Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-4; 2]$.



1. Quelle est l'image de -1 par f ?
2. Quelle est l'image de -2 par f ?
3. Quelle est l'image de 0 par f ?
4. Par f , quels sont les antécédents de 4 ?
5. Par f , quels sont les antécédents de -1 ?
6. Par f , quels sont les antécédents de 0 ?
7. Résolvez les équations suivantes :
 - a. $f(x) = -1$;
 - b. $f(x) = -2$.
8. Résolvez les inéquations suivantes :
 - a. $f(x) \geq -1$;
 - b. $f(x) > -1$.

Exercice 16

On donne plusieurs expressions d'une même fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

Forme 1 : $f(x) = 4(x-5)^2 - 9$; **Forme 2 :** $f(x) = (2x-13)(2x-7)$;

Forme 3 : $f(x) = 4x^2 - 40x + 91$.

1. Développer les formes 1 et 2 et vérifier que l'on obtient la forme 3.
2. Quelle est la forme factorisée de f ?
3. Dans chaque situation, choisir la forme la plus appropriée pour répondre à la question posée.
 - a. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
 - b. Calculer $f(0)$.
 - c. Déterminer le(s) antécédent(s) de -9 par f .

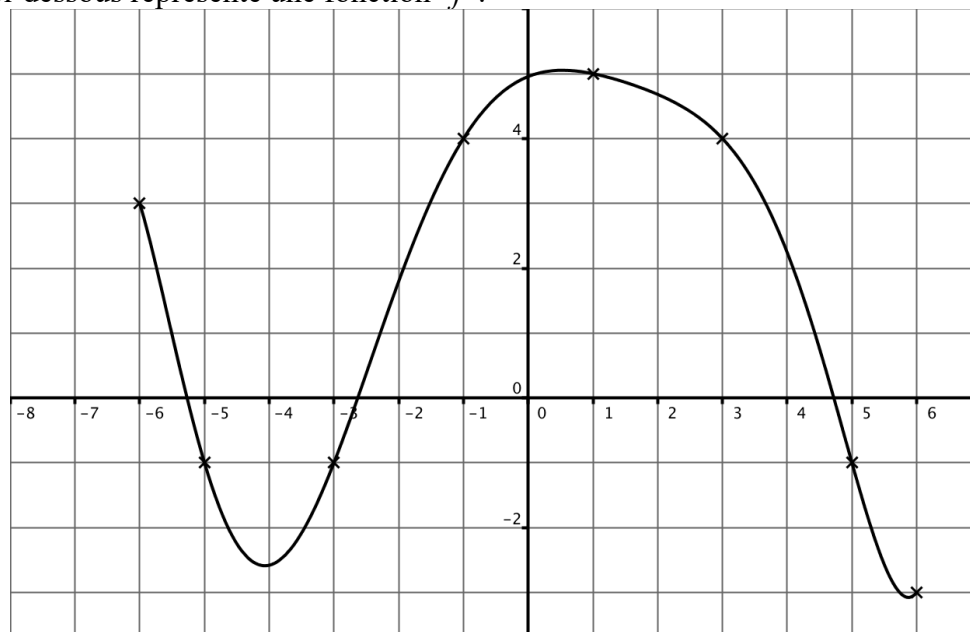
Exercice 17

On considère la fonction f définie sur $[-2; 4]$ par $f(x) = (x-1)^2 - 4$.

1. Développer $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. En utilisant la forme de $f(x)$ qui semble la plus appropriée, calculer $f(0)$, $f(-2)$ et $f(1+\sqrt{3})$.
4. Déterminer par le calcul les antécédents éventuels de -3 et de 0 par f .
5. Construire le tableau de valeurs de f pour les valeurs entières de x comprises entre -2 et 4 .

Exercice 18

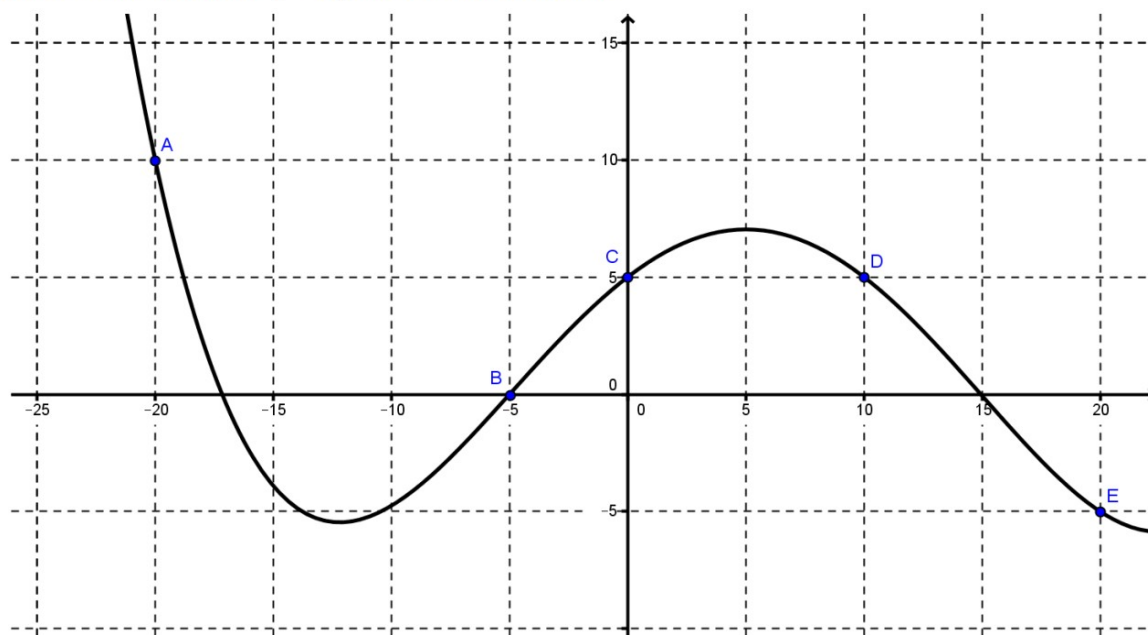
La courbe ci-dessous représente une fonction f .



1. Lire graphiquement l'ensemble de définition de f .
2. Lire graphiquement les images par f des nombres -5 , 3 et 6 .
3. Lire graphiquement les antécédents par f des nombres 4 , -1 et 3 .
4. Résolvez l'équation et les inéquations suivantes :
 - a. $f(x) = 4$;
 - b. $f(x) > 4$;
 - c. $f(x) \leq -1$.

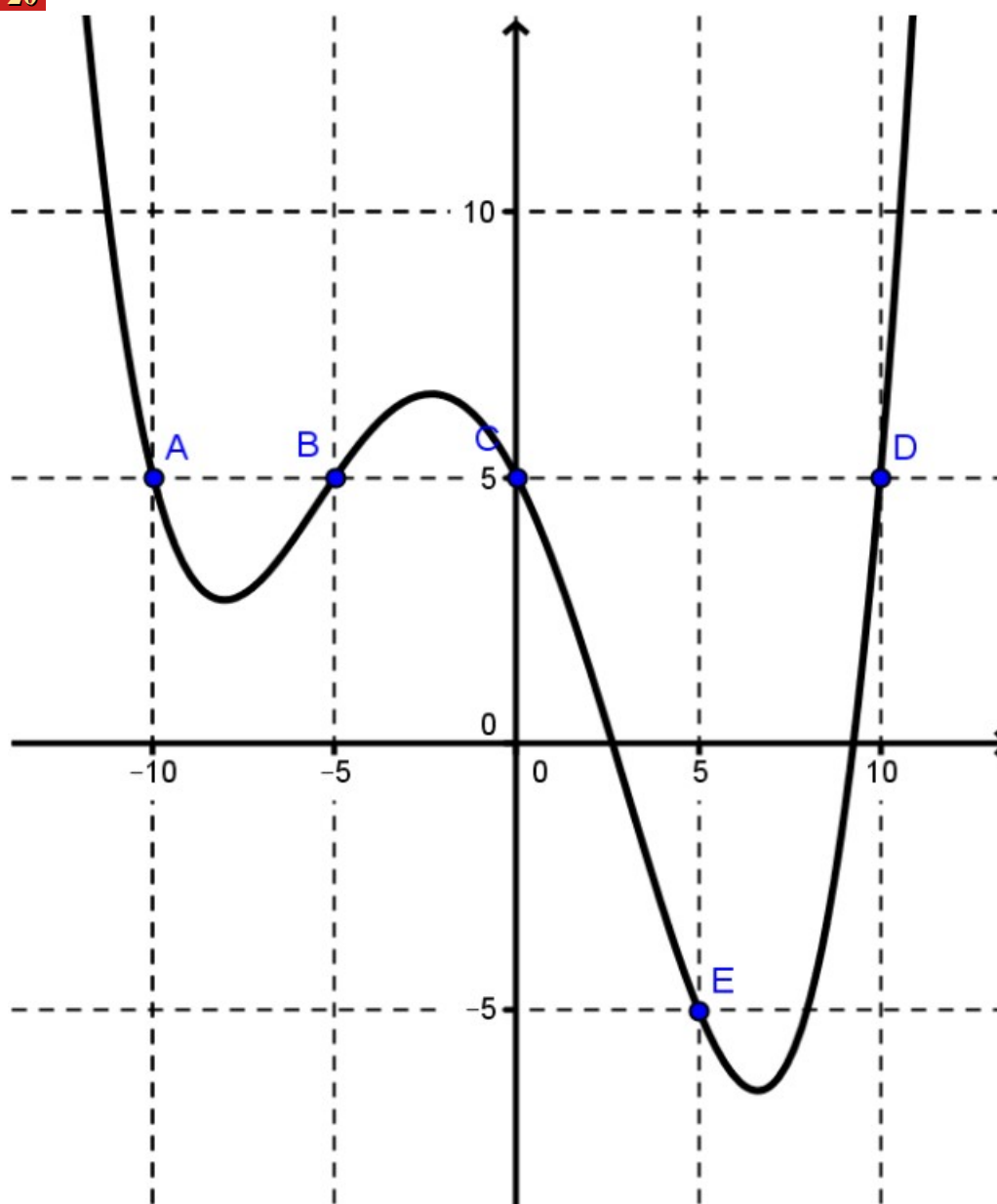
Exercice 19

On considère la fonction f représentée ci-dessous.



Compléter le tableau ci-dessous.

Résoudre	Solutions
$f(x)=10$	
$f(x)=0$	
$f(x)\leq 10$	
$f(x)\geq 10$	
$f(x)> 10$	
$f(x)< 10$	
$f(x)\leq 0$	
$f(x)\geq 0$	

Exercice 20

Compléter le tableau ci-dessous.

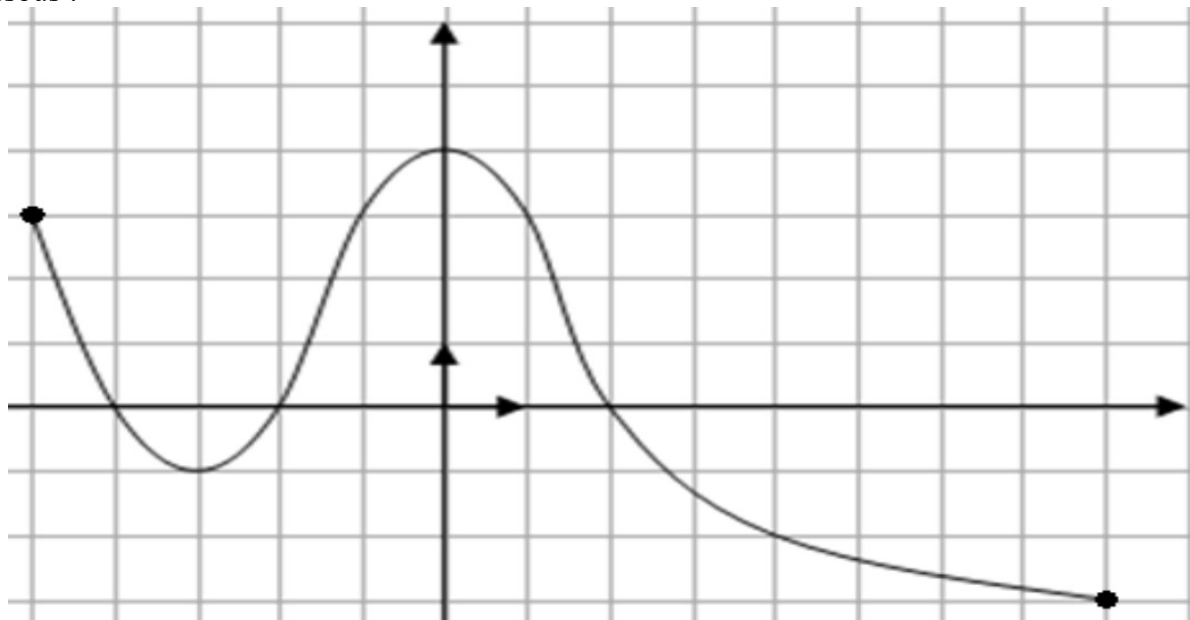
Résoudre	Solutions
$g(x) = 5$	
$g(x) \geq 5$	
$g(x) \leq 5$	
$g(x) > 5$	
$g(x) < 5$	
$g(x) = 0$	
$g(x) \leq -5$	

Exercice 21

1. Rappeler les définitions d'une fonction croissante et décroissante (définition mathématique).
2. Qu'est-ce qu'une fonction monotone ?

Exercice 22

Dresser le tableau de variations de la fonction suivante dont la courbe représentative est donnée ci-dessous :

**Exercice 23**

Soit une fonction f définie de la façon suivante :

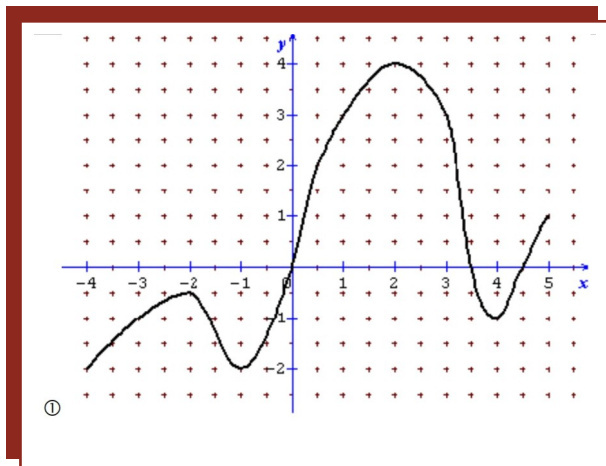
- f est croissante sur les intervalles $[-4; -2]$ et $[3; 8]$;
- f est décroissante sur l'intervalle $[-2; 3]$;
- L'image de -4 par la fonction f est 1 ;
- L'antécédent de 2 par la fonction f est 3 ;
- $f(-2) = f(8) = 5$;

Construisez alors le tableau de variations de f .

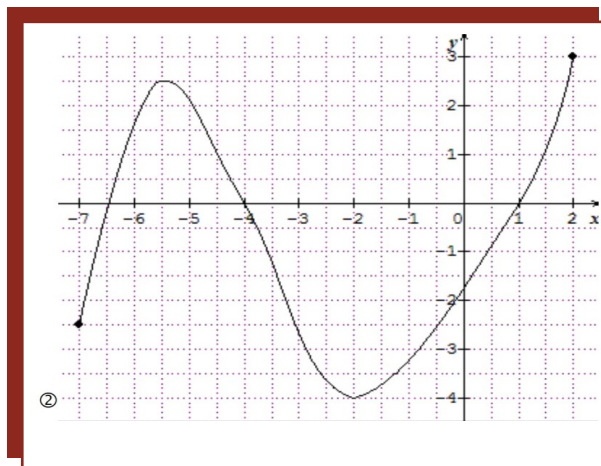
Exercice 24

Dresser le tableau de variations des fonctions suivantes dont les courbes représentatives sont données ci-dessous :

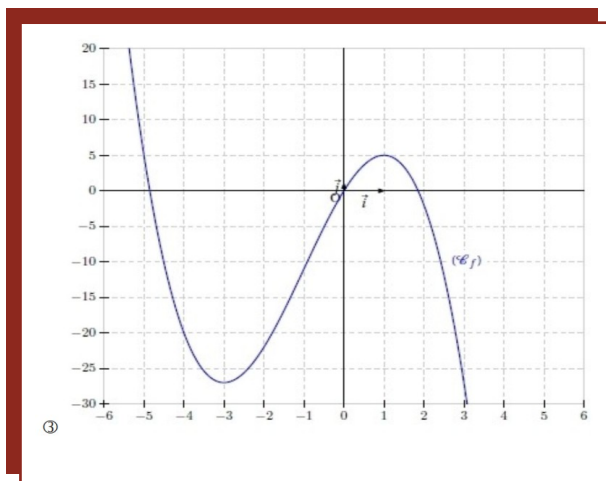
a.



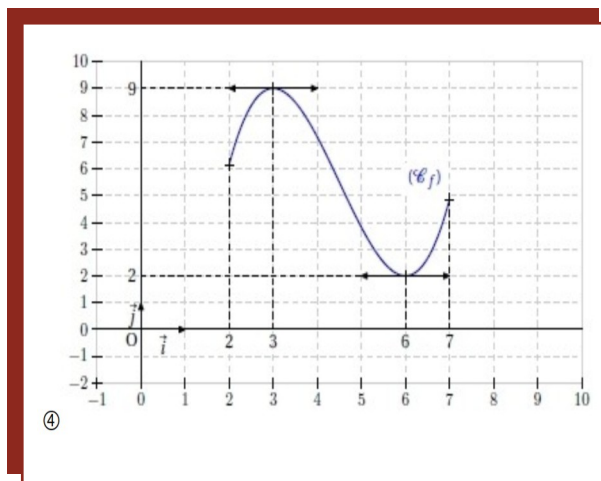
b.



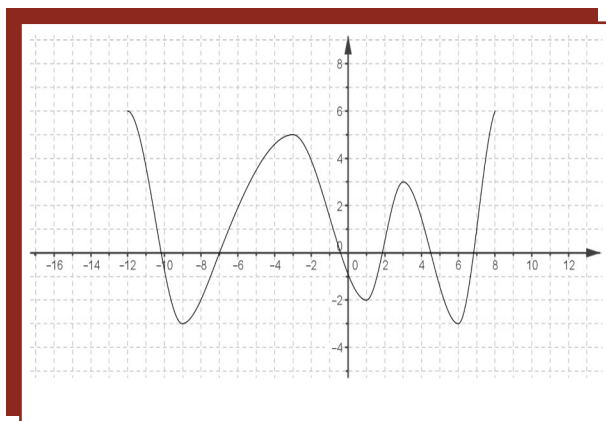
c.



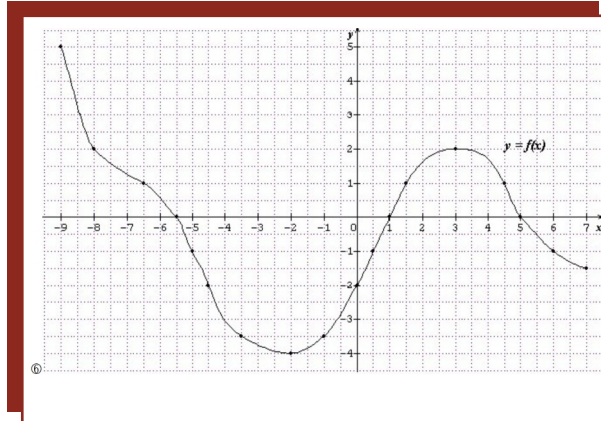
d.



e.

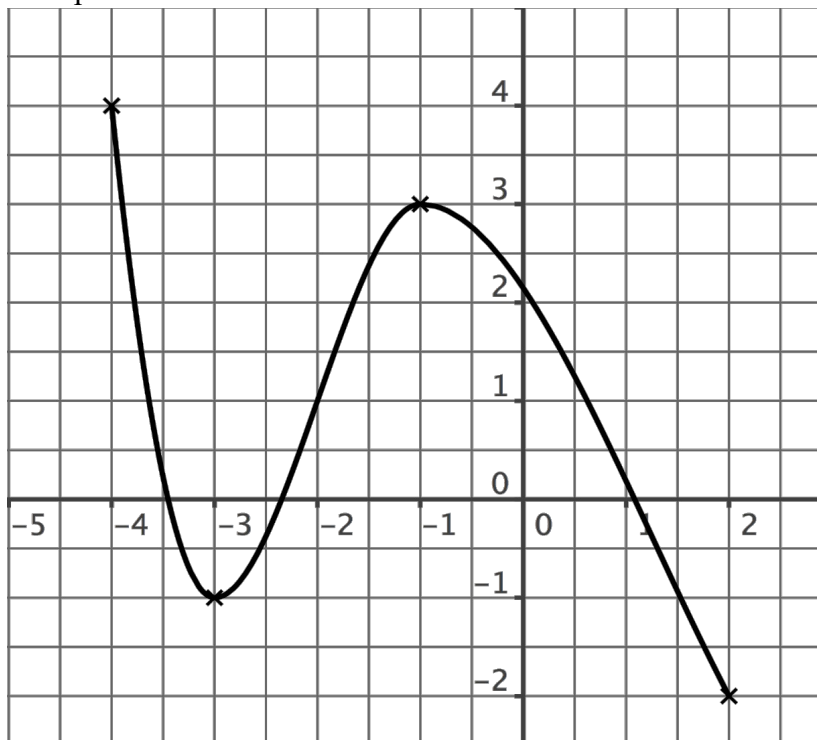


f.



Exercice 25

Soit f la fonction définie par la courbe ci-contre.



1. Préciser l'ensemble de définition D_f de la fonction f .
2. À l'aide du graphique, comparer les réels suivants :
 - a. $f(-3)$ et $f(-2)$;
 - b. $f(-1,5)$ et $f(0)$;
 - c. $f(-1)$ et $f(1,5)$.
3. Donner le tableau de variations de la fonction f .
4. À l'aide **du seul tableau de variations**, peut-on comparer les réels de la question 2 ? Justifier.

Exercice 26

On donne la tableau de variations de plusieurs fonctions. Dans un repère, représenter l'allure d'une courbe possible pour chacune de ces fonctions.

1.

x	-3	1	4
$f(x)$	-5	-1	-8

2.

x	-2	0	4	9
$f(x)$	3	-2	7	-1

Exercice 27

Soit f une fonction dont le tableau de variations est donné ci-dessous.

x	-7	2	12
$f(x)$	5	-4	0

1. Donner le domaine de définition de f .
2. Déterminer le minimum et le maximum de f sur son ensemble de définition.
3. Comparer $f(4)$ et $f(10)$, puis $f(-1)$ et $f(1)$.

Exercice 28

On considère une fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-7	-4	2	5	8
$f(x)$	4	5	-4	2	0

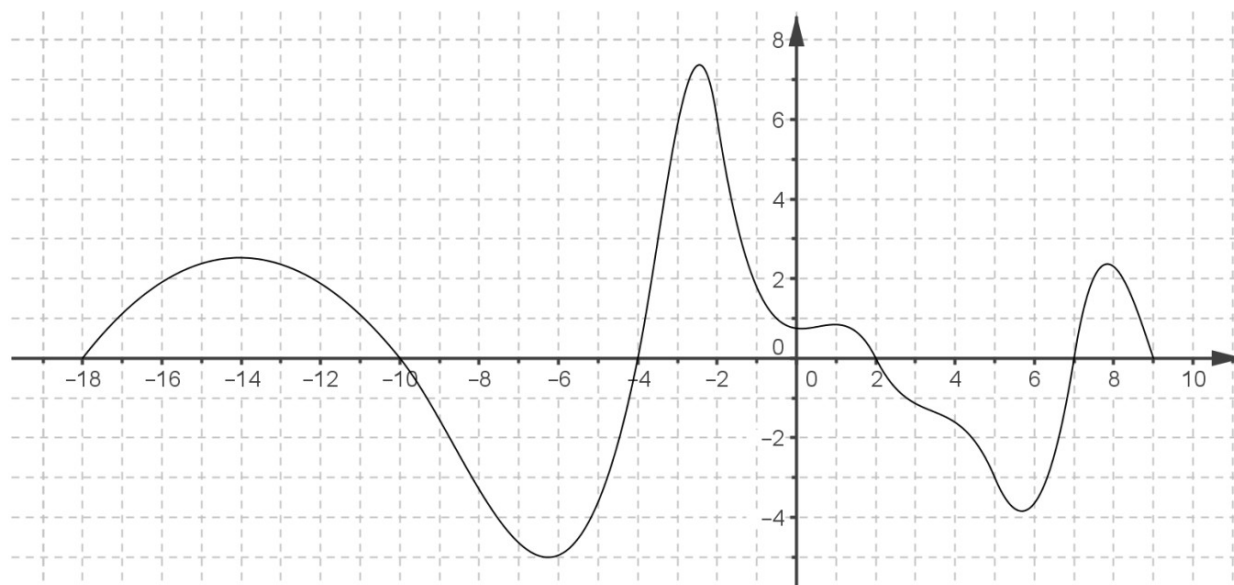
1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
2. Compléter le tableau suivant en mettant une croix dans les cases qui conviennent. Justifier.

	PROPOSITION	VRAI	FAUX	Ne permet pas de conclure
a	$f(6) > f(7)$			
b	Le minimum de la fonction f sur $[-7; 8]$ est -7			
c	$f(-1) \leq f(4)$			
d	f est croissante sur $[-4; 2]$			
e	$f(-6) > f(7)$			
f	L'équation $f(x)=1$ admet exactement deux solutions dans $[-7; 8]$			

3. Représenter dans un repère une fonction correspondant au tableau de variations proposé.

Exercice 29

Dresser le tableau de variations de la fonction suivante dont la courbe représentative est donnée ci-dessous :

**Exercice 30**

On donne le tableau de variations d'une fonction.

x	0	2	4	5
$f(x)$	-4		-1	-2

$\swarrow$ from $x=0$ to $x=2$ (labeled -5)
 $\nearrow$ from $x=2$ to $x=4$
 $\searrow$ from $x=4$ to $x=5$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .

2. En justifiant vos réponses, indiquer dans chaque cas si l'affirmation est vraie, fausse ou si le tableau ne permet pas de conclure.

a. $f(1) < f(3)$

b. $f(1) = -4,5$

c. $f(0) > f(1)$

d. $f(1) < f(5)$

e. $f(3) < 0$

f. le minimum de f sur $[0; 5]$ est -2

g. $f(3) = 3$

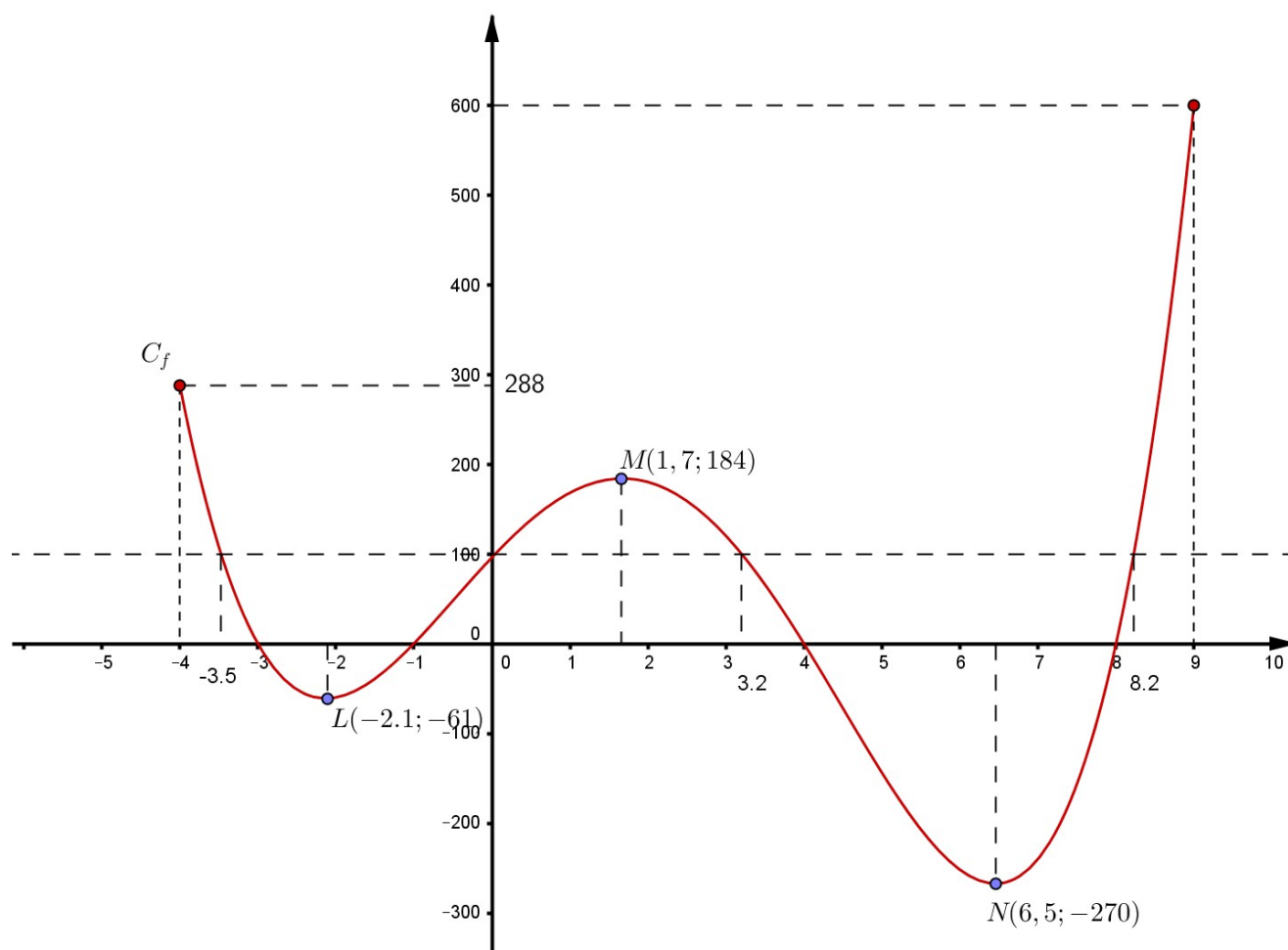
h. $f(5) > f(2)$

i. le maximum de f sur $[0; 4]$ est -1

3. Construire une courbe pouvant représenter f dans un repère.

Exercice 31

Dans un repère, on donne la courbe représentative d'une fonction f .



1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Quelles sont les images par f de -1 et de $8,2$?
3. Quelle est la valeur de $f(8)$?
4. Quels sont les éventuels antécédents de 0 ? de -300 ?
5. Résoudre graphiquement les équations $f(x)=100$ et $f(x)=600$.
6. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)<100$ et $f(x)\leq 0$.
7. Dresser le tableau de variations de la fonction f .
8. Quel est le maximum de la fonction f sur $[-4; 0]$? sur $[-4; 9]$?
9. Quel est le minimum de la fonction f sur $[-4; 0]$? sur $[-4; 9]$?

Exercice 32

À l'aide du tableau de variations suivant, compléter les phrases suivantes en utilisant soit « pour tout on a », soit « il existe un tel que ».

x	0	2	4	5
$f(x)$	-4		-1	

$\swarrow$ from -4 to -5 $\nearrow$ from -5 to -1 $\searrow$ from -1 to -2

- a. réel x $f(x) > -4$.
- b. réel x $f(x) \leq 1$.
- c. réel x $f(x) = -3$.
- d. réel x $f(x) \leq 0$.
- e. $x \in [0; 4]$ $f(x) \leq -1$.
- f. $x \in [0; 4]$ $f(x) \geq -2$.
- g. réel x $f(x) = -1$.
- h. réel $x \in [0; 5]$ $f(x) \geq -5$.
- i. réel x $f(x) = 5$.