

En route vers l'infini

Soit les fonctions f , g et h définies sur $]0; +\infty[$ par $f(x)=x^2$, $g(x)=-x^2$ et $h(x)=\frac{1}{x}$.

1. **a.** Afficher à la calculatrice un tableau de valeurs de f en partant de $x=20$ avec un pas de 20.
b. Dans ce tableau, x prend des valeurs de plus en plus grandes. On dit que x tend vers $+\infty$.
Comment évolue alors $f(x)$? Conjecturer alors la limite de f en $+\infty$.
2. Afficher à l'aide de la calculatrice les tableaux de valeurs des fonctions g et h en partant de $x=20$ avec un pas de 20. Tracer les courbes représentatives de g et h , puis émettre une conjecture sur les limites de g et h en $+\infty$.
3. Sachant que la fonction k est définie par $k(x)=0,001x^3-0,275x^2+10x+550$, construire à l'aide de la calculatrice la courbe C_k pour x variant de -10 à 400 et y variant de -1000 à 4000 . Conjecturer la limite de la fonction k en $+\infty$.
4. Intuitivement, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=+\infty$ signifie que $f(x)$ peut devenir aussi grand que l'on veut dès que x est assez grand. A étant un réel aussi grand que l'on veut, quelle affirmation parmi les trois propositions suivantes permet de prouver que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=+\infty$?
Affirmation 1 : il existe un réel x_0 positif tel que si $x > x_0$, alors $f(x) > A$.
Affirmation 2 : il existe un réel x_0 positif tel que si $x > x_0$, alors $f(x) < A$.
Affirmation 3 : il existe un réel x_0 positif tel que $f(x_0) \geq A$.