

Probabilités conditionnelles et indépendance

Exercice 1

On écrit sur les faces d'un dé cubique les lettres du mot oiseau. On lance le dé et on regarde la lettre inscrite sur sa face supérieure.

1. Donner l'ensemble des issues possibles de cette épreuve aléatoire.
2. Donner les éléments de l'événement A : « Obtenir une voyelle ».
3. On suppose le dé parfaitement équilibré. Calculer la probabilité de l'événement A .

Exercice 2

On fait tourner une roue de loterie formée de huit secteurs : un bleu (B), quatre rouges (R) et trois jaunes (J). Un secteur est alors désigné par une flèche.

On suppose que chaque secteur a la même probabilité d'être désigné.

1. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
 B : « La couleur désignée est le bleu ».
 R : « La couleur désignée est le rouge ».
 J : « La couleur désignée est le jaune ».
2. Déterminer de deux façons différentes la probabilité de l'événement « La couleur désignée n'est pas le rouge ».

Exercice 3

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes. Déterminer la probabilité des événements suivants :

1. A : « La carte tirée est le valet de cœur ».
2. B : « La carte tirée est le sept de pique ».
3. C : « La carte tirée est une dame ».
4. D : « La carte tirée est un trèfle ».

Exercice 4

Un sac opaque contient dix boules, quatre boules portant le numéro 1, trois boules portant le numéro 2, deux boules portant le numéro 3 et une boule portant le numéro 4. On tire au hasard une boule et on lit le nombre de points.

1. Déterminer l'ensemble des résultats possibles de cette épreuve aléatoire.
2. Donner, à l'aide d'un arbre, la loi de probabilité.
3. Calculer la probabilité de l'événement A : « Obtenir au moins 2 points ».

Exercice 5

On lance deux fois de suite une pièce de monnaie non truquée. Quelle est la probabilité de chacun des événements suivants ?

1. A : « On obtient deux fois PILE ».
2. B : « On obtient deux fois FACE ».
3. C : « On obtient deux résultats distincts ».

Exercice 6

Au début d'une séance de cinéma, on distribue au hasard un billet de loterie à chacun des 120 spectateurs. Parmi les 120 billets distribués, trois donnent droit à 4 places gratuites, 6 donnent droit à trois places gratuites, 18 donnent droit à deux places gratuites, 42 donnent droit à une place gratuite et les autres billets ne gagnent rien.

1. Quelle est la probabilité pour un spectateur de gagner exactement deux places gratuites ?
2. Quelle est la probabilité pour un spectateur de ne rien gagner ?
3. On s'intéresse au nombre de places gratuites gagnées avec un billet.
 - a. Quels sont les résultats possibles ?
 - b. Déterminer la loi de probabilité de cette expérience.
 - c. Quelle est la probabilité pour un spectateur de gagner au moins deux places gratuites.

Exercice 7

Un sac contient cinq jetons :

- un bleu valant 3 points
- deux rouges $R1$ et $R2$ valant chacun 2 points
- deux verts $V1$ et $V2$ valant chacun 1 point

1. On tire un jeton au hasard. Quelle est la probabilité :
 - a. De tirer un jeton rouge ?
 - b. D'obtenir au moins deux points ?
2. On tire un jeton puis un deuxième jeton sans remettre le premier jeton dans le sac.
 - a. Faire un arbre indiquant les tirages possibles.
 - b. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants.
 - A : « Tirer deux jetons de couleurs différentes ».
 - B : « Obtenir 4 points ».
 - C : « Obtenir 4 points avec deux jetons de couleurs différentes ».
 - D : « Obtenir au moins 4 points ».

Exercice 8

On dispose de deux dés cubiques bien équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. L'un de ces dés est vert, l'autre est rouge. On lance les deux dés et on note d'abord le nombre sur le dé vert, puis celui sur le dé rouge.

1. Représenter, à l'aide d'un tableau à double entrée, l'ensemble des résultats possibles de cette épreuve aléatoire.
2. Quelle est la probabilité de chaque issue ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir les mêmes numéros sur les deux dés ?
4. Quelle est la probabilité que la somme soit égale à 4 ?
5. Quelle est la probabilité que la somme soit strictement supérieure à 7 ?

Exercice 9

On lance successivement un dé cubique parfait et une pièce de 1€ bien équilibrée.

À PILE on associe le nombre 1 et à FACE on associe le nombre 2.

Un résultat de l'épreuve aléatoire est la somme du numéro obtenu sur le dé et du nombre obtenu.

1. Dresser un arbre donnant toutes les possibilités.
2. En déduire la probabilité d'obtenir une somme :

a. Impaire ;	b. Multiple de 3 ;	c. Égale à 6 ;
d. Ni 6, ni 5 ;	e. Au moins 4 ;	f. Au plus 3.

Exercice 10

Une boîte contient beaucoup de billes unicolores, rouges, vertes ou bleues. On prend une poignée de trois billes.

On s'intéresse aux événements :

- A : « Deux billes au moins sont vertes ».
- B : « Les trois billes sont de la même couleur ».
- C : « Il y a au moins une bille rouge ».
- D : « Aucune bille n'est rouge ».
- E : « Le tirage est tricolore ».

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

1. Les événements A et B sont incompatibles.
2. Les événements B et E sont contraires.
3. Les événements A et C sont incompatibles.
4. Les événements C et D sont contraires.
5. Les événements A et E sont disjoints.

Exercice 11

On considère deux événements A et B tels que : $P(A)=0,7$, $P(B)=0,4$ et $P(A \cap B)=0,2$.

1. Calculer $P(A \cup B)$.
2. Calculer $P(\overline{A})$.
3. C est un événement tel que B et C sont incompatibles et $P(C)=0,3$. Calculer $P(B \cup C)$.

Exercice 12

Soit A et B deux événements incompatibles tels que $P(A)=0,4$ et $P(B)=0,2$.

Calculer $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$.

Exercice 13

Soit A et B deux événements tels que $P(A)=0,3$, $P(B)=0,1$ et $P(A \cup B)=0,3$

1. Donner la relation liant $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$.
2. Calculer $P(A \cap B)$.

Exercice 14

Dans une classe de seconde de 35 élèves, l'allemand et l'espagnol sont étudiés. On sait que 30 élèves étudient au moins une des deux langues, 15 élèves étudient l'allemand et 20 l'espagnol.

On interroge un élève au hasard dans cette classe.

1. Calculer la probabilité que l'élève interrogé étudie :
 - a. L'allemand.
 - b. L'espagnol.
 - c. L'allemand et l'espagnol.
2. Calculer la probabilité que ce soit un élève qui n'étudie aucune des deux langues.

Exercice 15

Dans un groupe de 20 personnes, 10 personnes s'intéressent à la pêche, 8 à la lecture et 3 à la fois à la pêche et à la lecture. On choisit au hasard une personne du groupe.

1. Calculer la probabilité qu'elle s'intéresse à la pêche ou à la lecture.
2. Calculer la probabilité qu'elle ne s'intéresse ni à la pêche, ni à la lecture.

Exercice 16

Un bureau de poste possède deux guichets A et B dont l'un des deux au moins est ouvert.

On considère les événements E et F suivants :

E : « Le guichet A est ouvert ».

F : « Le guichet B est ouvert ».

Une étude statistique a montré que $P(E)=0,8$ et $P(F)=0,5$.

Un client se présente au bureau de poste.

1. Quelle est la probabilité que l'un au moins des guichets soit ouvert ?

2. Calculer la probabilité que les deux guichets soient ouverts.

Exercice 17

La probabilité dans une population qu'un individu possède un caractère génétique A est de 0,8 et un caractère génétique B est de 0,6. La probabilité qu'il possède les deux caractères est de 0,45. Calculer la probabilité qu'il ne possède aucun des deux caractères.

Exercice 18

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes. Calculer la probabilité d'obtenir :

a. Un carreau ;

b. Un valet ;

c. Un carreau ou un valet.

Exercice 19

Soit A et B deux événements de l'univers d'une épreuve aléatoire. Compléter le tableau suivant (arrondir si nécessaire à 10^{-3} près).

P(A)	P(B)	$P_B(A)$	$P_A(B)$	$P(A \cap B)$
0,15	0,3	0,45		
0,42		0,26		0,18
		0,4	0,34	0,26
0,38	0,16		0,2	
0,25		0,4	0,3	
	0,2	0,35	0,45	

Exercice 20

1. A et B sont deux événements tels que $P(A \cap B)=0,4$, $P(A \cup B)=0,7$ et $P_A(B)=0,8$.

Calculer $P(A)$ et $P(B)$. En déduire la probabilité de A sachant B.

2. C et D sont deux événements tels que $P(C)=0,6$, $P_C(D)=0,4$, $P_D(C)=0,5$. Calculer $P(D \cap C)$ et $P(D)$. En déduire la probabilité de la réunion des événements C et D.

3. E et F sont deux événements tels que $P(E)=0,8$ et $P_E(F)=0,75$. Calculer $P(E \cap \bar{F})$.

Exercice 21

On considère deux événements A et B tels que $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{1}{4}$ et $P_A(B)=\frac{1}{2}$.

Calculer $P_B(A)$.

Exercice 22

Un magasin de sport à la montagne dispose de 400 matériaux de glisse. Il propose des skis de piste, des snowboards et des skis de randonnée. Son matériel est constitué de 45% de skis de piste, 36% de snowboards et le reste de skis de randonnée. Après la journée de location, le matériel est contrôlé et éventuellement réparé. Il a été constaté que la moitié des skis de piste, deux tiers des snowboards et le quart des skis de randonnée ont été abîmés pendant la journée. Chaque paire de skis et chaque snowboard sont répertoriés sur une fiche qui précise leur suivi. On considère les événements suivants :

P : « La fiche est celle d'une paire de skis de piste » ;

S : « La fiche est celle d'un snowboard » ;

R : « La fiche est celle d'une paire de skis de randonnée » ;

A : « Le matériel a été abîmé et nécessite une réparation ».

1. Compléter le tableau croisé d'effectifs ci-dessous.

Matériel \ Résultat du contrôle	P	S	R	Total
A				
$\bar{A}$				
Total				

2. On tire au hasard une fiche. Calculer $P_{\bar{A}}(S)$. Arrondir au centième.

3. Interpréter le résultat précédent.

Exercice 23

Un sondage a été réalisé parmi la population des 300 élèves de seconde d'un lycée. Deux questions ont été posées : « Êtes-vous fumeur ? » et « Pratiquez-vous un sport ? ».

Les renseignements obtenus ont permis d'établir que :

- 80 élèves ne sont ni fumeurs, ni sportifs ;
- la moitié des élèves sont des fumeurs ;
- 20% des élèves fumeurs déclarent pratiquer un sport.

1. Compléter le tableau suivant :

	sportifs	non sportifs	total
fumeurs			
non fumeurs			
total			

2. Un élève de seconde de ce lycée est choisi au hasard.

Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Il ne fume pas ».

B : « C'est un sportif qui fume ».

C : « Il ne fait pas partie des sportifs qui fument ».

D : « C'est un sportif ou il fume ».

Exercice 24

Le tableau suivant indique les résultats d'un groupe d'élèves à un examen en fonction de leur qualité d'interne ou d'externe.

	interne	externe
admis	58	212
non admis	40	75

- On rencontre par hasard un élève de ce groupe. Quelle est la probabilité que cet élève soit :
 - Interne admis ?
 - Externe ?
 - Non admis ?
 - Externe non admis ?
 - Externe ou non admis ?
- On rencontre par hasard un interne. Quelle est la probabilité qu'il soit admis ?
- On rencontre par hasard un élève non admis. Quelle est la probabilité qu'il soit externe ?

Exercice 25

Dans une entreprise, le personnel peut suivre des cours d'anglais ou suivre un stage d'informatique. L'ensemble des 200 salariés se répartit de la façon suivante :

	cours d'informatique	
cours d'anglais	oui	non
oui	45	33
non	70	52

On choisit au hasard un des salariés de cette entreprise. On note les événements A et B suivants :

A : « Le salarié suit le cours d'anglais ».

B : « Le salarié suit le stage d'informatique ».

Exprimer chacun des événements suivants à l'aide de A et B et calculer leur probabilité :

- « Le salarié suit le cours d'anglais et le stage d'informatique ».
- « Le salarié suit le cours d'anglais sans suivre le stage d'informatique ».
- « Le salarié suit le cours d'anglais ou le stage d'informatique ».

Exercice 26

Le parc informatique d'un lycée est composé de 200 ordinateurs où 30 sont considérés comme neufs, 90 sont considérés comme récents et les autres sont considérés comme anciens. Une étude statistique indique qu'aucun ordinateur neuf n'est défaillant, 10% des ordinateurs récents sont défaillants et 25% des ordinateurs anciens sont défaillants.

- Traduire l'énoncé par un tableau croisé d'effectifs.
- On choisit au hasard un ordinateur de ce parc. Déterminer la probabilité que l'ordinateur soit ancien sachant qu'il est défaillant. Donner le résultat arrondi au centième.

Exercice 27

Le comité d'entreprise d'une société parisienne souhaite organiser un week-end en province. Une enquête est faite auprès des 1200 employés de l'entreprise afin de connaître leur choix en matière de moyen de transport (les seuls moyens de transport proposés sont le train, l'avion et le bus).

Les résultats de l'enquête sont répertoriés dans le tableau suivant :

	Train	Avion	Bus	Total
Femme	468	196	56	720
Homme	150	266	64	480
Total	618	462	120	1200

On interroge au hasard un employé de cette entreprise. On note les événements suivants :

F : « L'employé est une femme »

T : « L'employé choisit le train »

1. Calculer les probabilités $P(F)$ et $P(T)$ puis déterminer la probabilité que l'employé ne choisisse pas le train.
2. Expliquer ce que représente $F \cap T$ puis calculer sa probabilité.
3. L'employé interrogé au hasard ne choisit pas le train. Calculer la probabilité que cet employé soit une femme.

Exercice 28

Dans une classe de terminale, 98% des élèves possèdent un téléphone portable. Parmi eux, 75% ont une connexion internet associé à leur téléphone. On choisit un élève au hasard dans cette classe.

Quelle est la probabilité que cet élève ait un téléphone portable et une connexion internet associée ?

Exercice 29

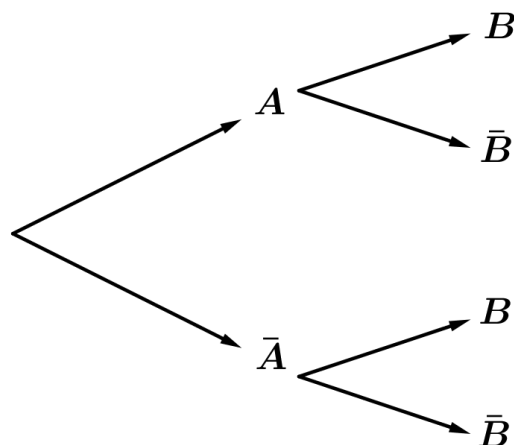
Pour une revue locale, un journaliste doit réaliser un reportage sur un club de natation composé de 30 membres : 27 nageurs dont 10 spécialistes de la nage crawlée et 3 entraîneurs. Le journaliste interroge au hasard un des membres de ce club.

Quelle est la probabilité qu'il interviewe un nageur non spécialiste de la nage crawlée ?

Exercice 30

A et B sont deux événements. On sait que : $P(A)=0,35$, $P_A(B)=0,42$ et $P_{\bar{A}}(\bar{B})=0,18$.

1. Recopier l'arbre ci-dessous et placer les trois valeurs de l'énoncé.



2. Compléter l'arbre pondéré avec les probabilités manquantes.

Exercice 31

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.    la session 2009 du baccalauréat, 286762 élèves inscrits en série générale ont été admis. En particulier, 47765 en série L , 90446 en ES et 148531 en série S . Le tableau suivant présente la proportion (en pourcentage) de bacheliers ayant obtenu une mention.

	Mention AB	Mention B ou TB
Série L	27,3	16,1
Série ES	28,8	15,3
Série S	29,2	30,9

On interroge au hasard un bachelier en série générale de cette session 2009.

1. Construire l'arbre pondéré traduisant la situation. Cet arbre est à compléter au fur et à mesure.
2. Quelle est la probabilité que ce bachelier n'ait pas eu de mention sachant qu'il était en série L ?
3. Reprendre la question précédente avec la série ES et la série S .
4. En déduire la probabilité qu'un bachelier interrogé au hasard n'ait pas obtenu de mention.
5. Quelle est la probabilité qu'un bachelier interrogé au hasard ait obtenu la mention B ou TB ?

Exercice 32

   la fin d'une séance de cours, le professeur de mathématiques donne l'exercice suivant à préparer pour le lendemain : « Une urne contient 5 boules de couleur rouge et 15 boules de couleur verte ». On tire au hasard successivement deux boules dans cette urne. La probabilité que les deux boules soient de couleur rouge est de $\frac{1}{19}$. Représenter la situation par un arbre pondéré. Calculer la probabilité qu'au moins une des deux boules soit de couleur verte ».

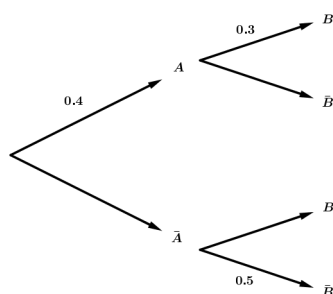
Le lendemain, l'élève interrogé dit : « Je n'ai pas fait l'exercice : je ne sais pas si le tirage est avec ou sans remise ».

1. Qu'en pensez-vous ?
2. Répondre alors aux questions posées par le professeur.

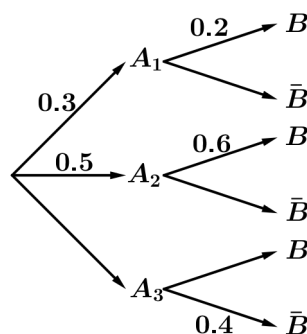
Exercice 33

Dans chacun des cas, avec les données figurant sur l'arbre pondéré, calculer $P(B)$.

a.



b.



Exercice 34

Pour chaque tournoi du grand chelem, les performances des meilleurs joueurs sont étudiées, puis décrites dans une rubrique appelée *statistiques*. En 2011, lors du tournoi de Roland Garros, les statistiques du Serbe Novak Djokovic étaient les suivantes :

- Sur 447 balles de 1^{er} service, 305 ont été jouées. Parmi ces 305 échanges engagés, il a gagné le point 229 fois.
 - Sur les 142 balles de 2^e service, il a perdu 48 fois le point (éventuellement par une double faute)
1. Préciser les fréquences observées lors de ce tournoi des points perdus suite aux échanges engagés au premier service, et des points gagnés suite aux échanges engagés au deuxième service.
 2. Construire un arbre pondéré représentant les différentes éventualités de Djokovic au service.
 3. Quelle est la probabilité qu'il engage l'échange au 1^{er} service et qu'il perde le point ?
 4. Quelles est la probabilité qu'il gagne le point sachant qu'il a engagé l'échange au 2^e service ?
 5. Quelle est la probabilité qu'il gagne le point ?
 6. Quelle est la probabilité qu'il fasse un jeu blanc (4 points gagnés sans que son adversaire ait marqué un seul point) ?

Exercice 35

Une boîte de chocolats contient quatre chocolats au lait et six chocolats noirs.
On choisit au hasard un chocolat dans la boîte, puis un deuxième.

1. Cette expérience est-elle une succession d'épreuves indépendantes ?
2. Quelle est la probabilité de choisir un chocolat de chaque sorte ?

Exercice 36

Une urne contient dix boules blanches et deux boules rouges. On pioche successivement et au hasard trois boules avec remise.

1. Cette expérience est-elle une succession d'épreuves indépendantes ?
2. Lister trois issues possibles.
3. Déterminer la probabilité d'obtenir exactement deux boules blanches.

Exercice 37

Une urne contient 20 boules de quatre couleurs différentes : 7 rouges, 10 vertes, 2 jaunes et 1 bleue.
On tire deux boules sans remise dans cette urne et on note à chaque fois la couleur obtenue.

1. Cette succession de deux épreuves est-elle une succession d'épreuves indépendantes ?
2. Représenter cette expérience à l'aide d'un arbre pondéré.
3. Déterminer la probabilité d'obtenir deux boules rouges.
4. Déterminer la probabilité d'obtenir une boule verte et une boule jaune.
5. Déterminer la probabilité que la première boule soit jaune sachant que la deuxième est rouge.
6. Déterminer la probabilité que la première boule soit verte sachant que la deuxième est bleue.

Exercice 38

Un examen consiste à passer trois épreuves indépendantes.

- Épreuve 1 : on a 80% de chances de réussir.
- Épreuve 2 : on a 60% de chance de réussir.
- Épreuve 3 : on a 75% de chances d'échouer.

On est reçu à l'examen si l'on réussit au moins deux épreuves sur les trois.

Quelle est la probabilité de réussir l'examen ?

Exercice 39

On lance cinq fois successivement un dé équilibré à 4 faces dont les faces sont numérotés de 1 à 4.

1. Cette expérience est-elle une succession d'épreuves indépendantes ?
2. On suppose que ce dé est truqué de sorte que $P(\{1\})=0,4$ et les autres issues sont équiprobables. Calculer la probabilité d'obtenir, dans cet ordre, 1–3–1–2–4.

Exercice 40

Une urne contient 100 boules. Parmi elles, il y en a 23 blanches, 12 grises, 9 noires, 45 oranges et 11 violettes.

On tire trois boules avec remise dans cette urne et on note à chaque fois la couleur obtenue.

1. Cette expérience est-elle une succession de trois épreuves indépendantes ?
2. Donner l'univers associé à cette expérience.
3. Déterminer la probabilité d'obtenir, dans cet ordre, une blanche, une grise puis une violette.

Exercice 41

Dans chacun des cas suivants, dire si les événements A et B sont indépendants.

1. $P(A)=0,2$, $P(B)=0,8$ et $P(A \cap B)=0,9$.
2. $P(A)=0,4$, $P(B)=0,8$ et $P(A \cap B)=0,32$.
3. $P(A)=0,5$, $P(B)=0,3$ et $P(A \cup B)=0,65$.
4. $P(A)=0,48$, $P(B)=0,25$ et $P(A \cap B)=0$.

Exercice 42

Une association propose différentes activités à ses 96 adhérents, dont l'aviron et le badminton. Douze membres s'inscrivent pour l'aviron, trente-deux pour le badminton, dont quatre pour les deux. On prend au hasard la fiche d'un adhérent et on considère les événements suivants :

A : « L'adhérent est inscrit à l'aviron » ;

B : « L'adhérent est inscrit au badminton ».

1. Les événements A et B sont-ils indépendants ?
2. En est-il de même pour $\bar{A}$ et $\bar{B}$?

Exercice 43

On considère deux événements A et B tels que $P(A)=p$, $P(B)=P(\bar{A})$ et $P(A \cap B)=0,2p+0,15$.

1. Montrer que, pour tout $p \in \mathbb{R}$: $-p^2+0,8p-0,15=(0,3-p)(p-0,5)$.
2. Trouver la probabilité p telle que A et B soient indépendants.

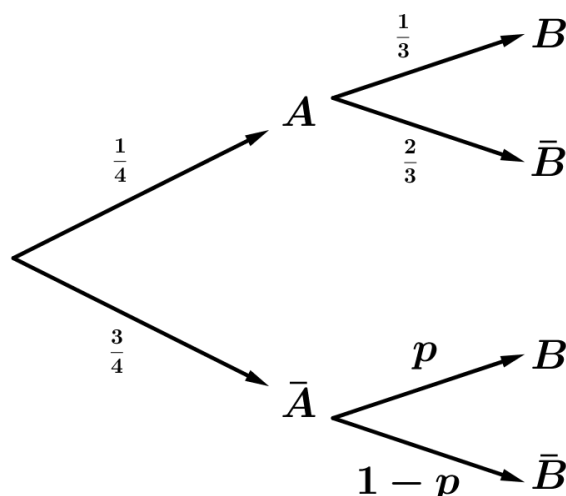
Exercice 44

On tire une carte dans un jeu de 32 cartes. Dans chacun des cas suivants, dire si les événements sont indépendants.

1. A : « Tirer un roi » et B : « Tirer une carte rouge ».
2. A : « Tirer un roi » et B : « Ne pas tirer un as ».
3. A : « Tirer un roi ou tirer une dame rouge » et B : « Tirer une carte rouge ».

Exercice 45

A et B sont deux événements relatifs à une expérience aléatoire représentée par l'arbre suivant :



Comment choisir la valeur de p pour que les événements A et B soient indépendants ?

Exercice 46

Les expériences aléatoires suivantes sont-elles des épreuves de Bernoulli ? Si oui, préciser leur paramètre (si ce n'est pas clairement indiqué, vous choisirez quelle issue correspond au succès et quelle issue correspond à l'échec).

1. On lance un dé équilibré et on gagne si on fait un 6.
2. On lance un dé tétraédrique et on regarde le résultat obtenu.
3. Un automobiliste arrive à un feu et a une probabilité de 0,3 qu'il soit vert.
4. On tire une boule dans une urne qui contient 4 boules noires et 6 boules rouges. On gagne si elle est noire.

Exercice 47

Dans un parking, on regarde au hasard une des voitures stationnées. Pour chacune des épreuves suivantes, préciser s'il s'agit d'une épreuve de Bernoulli.

1. On regarde si le véhicule est électrique.
2. On regarde la couleur du véhicule.
3. On vérifie si l'immatriculation se termine par un Z.
4. On regarde la longueur du véhicule en centimètre.
5. On regarde si la longueur du véhicule est inférieure ou égale à 450 centimètres.

Exercice 48

Fiona joue à Pierre-Feuille-Ciseau. Expliquer pourquoi le choix de son adversaire à ce jeu ne peut pas être assimilable à une épreuve de Bernoulli.

Exercice 49

Au début d'un jeu de mémoire, seize cartes sont placées face cachée sur une table.

Jennifer retourne une carte qui montre un palmier. Elle sait qu'une autre carte (et seulement une) représente un palmier. Elle doit donc, au hasard, retourner une seconde carte pour espérer retrouver un palmier. Justifier que cette expérience aléatoire correspond à une épreuve de Bernoulli.

Exercice 50

1. Expliquer pourquoi l'expérience aléatoire consistant à lancer une pièce et à regarder si elle tombe sur Pile est une épreuve de Bernoulli.
2. Donner la probabilité d'un succès « Obtenir Pile » dans le cas où la pièce est équilibrée.
3. Donner la probabilité d'un succès « Obtenir Pile » dans le cas où la pièce a deux fois plus de chance de tomber sur un Face que sur un Pile.

Exercice 51

Inventer une épreuve de Bernoulli pour laquelle la probabilité d'un succès est $0,3$.

Exercice 52

On considère un jeu de 32 cartes et on tire deux cartes de ce jeu. On s'intéresse à la variable aléatoire X associée au nombre de trèfles obtenus. Dans chacune des situations suivantes, la situation correspond-elle à un schéma de Bernoulli ? Justifier et si oui, donner ses paramètres.

- a. La 1^{ère} carte tirée n'est pas remise dans le jeu ; b. La 1^{ère} carte tirée est remise dans le jeu.

Exercice 53

Edwige est employée d'une plate forme téléphonique associée à un fournisseur d'accès à internet. Elle a remarqué qu'elle traite la demande d'un client en moins de deux minutes avec une probabilité de $0,3$ et cela indépendamment des clients précédents.

1. Un client appelle. Justifier que la situation peut se modéliser par une épreuve de Bernoulli.
2. Trois clients appellent successivement. Justifier que cette situation correspond à un schéma de Bernoulli.
3. Traduire la situation précédente par un arbre pondéré.
4. Calculer la probabilité de l'événement « Edwige a traité chacune des trois demandes en moins de deux minutes ».
5. Écrire les listes qui réalisent l'événement B : « Pour deux des clients, Edwige n'a pas réussi à traiter leur demande en moins de deux minutes ». En déduire $P(B)$.

Exercice 54

Un QCM est composé de quatre questions indépendantes les unes des autres.

Pour chaque question, cinq réponses sont proposées, dont une seule est exacte. On répond au hasard à chaque question et on s'intéresse aux réponses exactes obtenues à la fin du QCM.

1. Vérifier que cette situation correspond à un schéma de Bernoulli.
2. Représenter ce schéma par un arbre pondéré.
3. Calculer la probabilité d'obtenir quatre réponses exactes.
4. Calculer la probabilité que seule la réponse à la troisième question soit exacte.

Exercice 55

On ouvre un livre à une page au hasard et on note si la première lettre écrite dans le texte est une voyelle. On réitère trois fois cette opération de façon indépendante en refermant chaque fois le livre.

1. Vérifier que cette situation correspond à un schéma de Bernoulli.
2. Représenter ce schéma par un arbre pondéré.
3. Calculer la probabilité d'obtenir trois fois une voyelle.
4. Calculer la probabilité d'obtenir dans l'ordre une voyelle, une consonne puis une voyelle.

QCM

Pour chaque question, indiquer la ou les bonne(s) réponse(s).

On note N l'événement « Un candidat se présente pour la 1^{ère} fois à l'épreuve pratique du permis de conduire » et R l'événement « Un candidat est reçu à l'issue de l'épreuve pratique du permis de conduire ». On admet $P(R)=0,527$ et $P(R \cap N)=0,292$.

1. La probabilité qu'un candidat ne soit pas reçu à l'issue de l'épreuve pratique de conduite est :
a. 0,819 b. 0,473 c. 0,708 d. 0,512
2. La probabilité qu'un candidat soit reçu à l'issue de l'épreuve pratique de conduite et qu'il ne s'agisse pas de sa première tentative est :
a. 0,708 b. 0,635 c. 0,235 d. 0,181
3. La probabilité qu'un candidat se soit présenté pour la première fois à l'épreuve pratique de conduite sachant qu'il a été reçu est :
a. 0,691 b. 0,554 c. 0,154 d. 0,446
4. Un candidat a été reçu à l'issue de l'épreuve pratique de conduite. La probabilité qu'il ne s'agisse pas de sa première tentative est :
a. 0,691 b. 0,554 c. 0,154 d. 0,446

Un magasin a commandé un modèle de tablette électronique auprès de trois fournisseurs. 60% des tablettes ont été commandées au fournisseur A, 30% au fournisseur B et le reste au fournisseur C. Quelques mois après la vente de ces tablettes, le service après-vente affirme que 2% des tablettes du fournisseur A et 5% des tablettes du fournisseur B sont défectueuses. Aucune tablette n'est défectueuse pour le fournisseur C. On choisit au hasard un client qui a acheté une tablette.

5. La probabilité que cette tablette provienne du fournisseur C est :
a. 0,1 b. 0,3 c. 0,6 d. 1
6. La probabilité que la tablette provienne du fournisseur A et qu'elle ne soit pas défectueuse est :
a. 0,012 b. 0,015 c. 0,285 d. 0,588
7. La probabilité que cette tablette ne soit pas défectueuse est :
a. 0,973 b. 0,873 c. 0,688 d. 0,385

Dans un sac, Jade a mis 3 jetons rouges, 2 jetons jaunes et un jeton vert. Après avoir misé, Sofiane doit tirer un par un les jetons dans le sac tant que le jeton vert n'est pas sorti (tirage sans remise).

8. La probabilité que Sofiane tire le jeton vert lors du 3^e tirage est :
a. $\frac{1}{6}$ b. $\frac{1}{3}$ c. $\frac{5}{6}$ d. $\frac{2}{3}$
9. Sofiane peut récupérer dix fois sa mise s'il tire les 3 jetons rouges, puis les deux jetons jaunes et enfin le jeton vert dans cet ordre. La probabilité d'un tel tirage est :
a. $\frac{1}{30}$ b. $\frac{1}{40}$ c. $\frac{1}{50}$ d. $\frac{1}{60}$

Problèmes

Problème 1 ...Une histoire de loisirs...

On demande à 100 personnes d'indiquer leur loisir préféré parmi « Faire du sport », « Utiliser son ordinateur » et « Lire un livre ».

- Il y a 40% de femmes interrogées ;
- 35% des personnes interrogées préfèrent lire un livre ;
- 60% des hommes préfèrent faire du sport ;
- 10% des femmes préfèrent utiliser leur ordinateur ;
- le nombre de femmes préférant lire est égal à la moitié du nombre des hommes préférant faire du sport.

1. Compléter le tableau ci-dessous.

	Préfèrent lire un livre	Préfèrent faire du sport	Préfèrent utiliser leur ordinateur	Total
Hommes				
Femmes				
Total				

2. On choisit au hasard une personne parmi les 100 personnes interrogées. On considère les événements suivant :

A : « La personne interrogée préfère le sport ».

B : « La personne interrogée est un homme ».

a. Calculer les probabilités $P(A)$ et $P(B)$.

b. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ puis calculer $P(A \cap B)$.

3. Définir en une phrase l'événement $A \cup B$ puis calculer $P(A \cup B)$.

4. On interroge maintenant une personne préférant faire du sport. Quelle est la probabilité que cette personne soit un homme ?

Problème 2 ...Concours...

Les statistiques dressées à partir des résultats de la session de mai 2013 ont permis d'établir que:

- 60% des personnes qui présentaient le concours le présentaient pour la première fois ;
- 10% de ceux qui le présentaient pour la première fois ont été admis ;
- 40% de ceux qui le présentaient pour la seconde fois l'ont réussi.

On interroge au hasard une personne parmi toutes celles ayant passé ce concours en mai 2013. On note :

• C_1 l'événement : « La personne présentait le concours pour la première fois » ;

• R l'événement : « La personne a été reçue à ce concours ».

1. Déterminer les probabilités suivantes : $P_{C_1}(R)$; $P_{\overline{C_1}}(R)$ et $P(C_1)$.

Aucune justification n'est attendue.

2. Déterminer la probabilité que cette personne se soit présentée au concours pour la première fois et ait été admise.

3. Montrer que la probabilité que cette personne ait été admise à ce concours en mai 2013 est de 0,22.

4. Sachant que cette personne a réussi le concours, déterminer la probabilité qu'elle l'ait présenté pour la première fois. Donner une valeur arrondie au centième.

Problème 3 ...Répartition d'un lycée...

Un lycée est composé de 1000 élèves. Ces élèves sont répartis de la manière suivante :

- Il y a 48% de garçons interrogés ;
- 33% des élèves interrogés sont en classe de Première ;
- 37,5 % des garçons sont en classe de Seconde ;
- Il y a 160 filles en classe de Terminale ;
- le nombre de garçons en classe de Première est égal au nombre de filles en classe de Terminale.

1. Compléter le tableau ci-dessous.

	Classe de Seconde	Classe de Première	Classe de Terminale	Total
Garçons				
Filles				
Total				

On choisit au hasard une personne parmi les 1000 élèves interrogés. On considère les événements suivant :

F : « L'élève interrogé est une fille ».

T : « L'élève interrogé est en classe de Terminale ».

2. Calculer les probabilités $P(F)$ et $P(T)$.

3. a. Définir par une phrase l'événement $F \cap T$ puis calculer $P(F \cap T)$.

b. Définir en une phrase l'événement $F \cup T$ puis calculer $P(F \cup T)$.

4. On interroge maintenant un garçon. Quelle est la probabilité que ce garçon soit en classe de Première ?

Problème 4 ...Représentation en CPGE...

Les étudiants des CPGE se répartissent en trois filières :

- La filière scientifique (S) accueille 61,5% des étudiants ;
- La série économique et commerciale (C) accueille 24% des étudiants ;
- Les autres étudiants suivent une filière littéraire (L).

Document 2 : « En classes littéraires, la prépondérance des femmes semble bien implantée : avec trois inscrites sur quatre, elles y sont largement majoritaires. Inversement, dans les préparations scientifiques, les filles sont présentes en faible proportion (30%) alors qu'on est proche de la parité dans les classes économiques et commerciales. »

On considère que parmi tous les inscrits en CPGE en 2009/2010, la proportion de fille est 42,7%.

On interroge au hasard un étudiant en CPGE. On considère les événements suivants :

- F : « L'étudiant interrogé est une fille » ;
- S : « L'étudiant interrogé est inscrit dans la filière scientifique » ;
- C : « L'étudiant interrogé est inscrit dans la filière économique et commerciale » ;
- L : « L'étudiant interrogé est inscrit dans la filière littéraire ».

1. Donner les probabilités $P(S)$, $P(C)$, $P_L(F)$, $P_S(F)$ et $P(F)$.

Construire un arbre pondéré traduisant cette situation. Cet arbre sera complété au fur et à mesure.

2. a. Calculer la probabilité que l'étudiant interrogé au hasard soit une fille inscrite en L .

b. Calculer la probabilité de l'événement $F \cap S$.

c. En déduire que la probabilité de l'événement $F \cap C$ est 0,13375 .

3. Sachant que l'étudiant interrogé suit la filière C , quelle est la probabilité qu'il soit une fille ? On arrondira le résultat au millièmes. Confronter ce résultat avec les informations du document 2.

4. Sachant que l'étudiant interrogé est une fille, quelle est la probabilité qu'elle soit inscrite dans la filière littéraire L ? On arrondira le résultat au millièmes.

Problème 5 ...Asthme...

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

L'asthme est une maladie inflammatoire chronique des voies respiratoires en constante augmentation. En France, les statistiques font apparaître que, parmi les adultes, environ 4% des hommes et 5% des femmes sont asthmatiques. Dans la population française, on considère l'ensemble des couples homme-femme.

On appelle :

- A : « Aucun des deux adultes du couple n'est asthmatique »
- B : « Un seul des deux adultes du couple est asthmatique »
- C : « Les deux adultes du couple sont asthmatiques »

On admet que $P(A)=0,912$, $P(B)=0,086$ et $P(C)=0,002$.

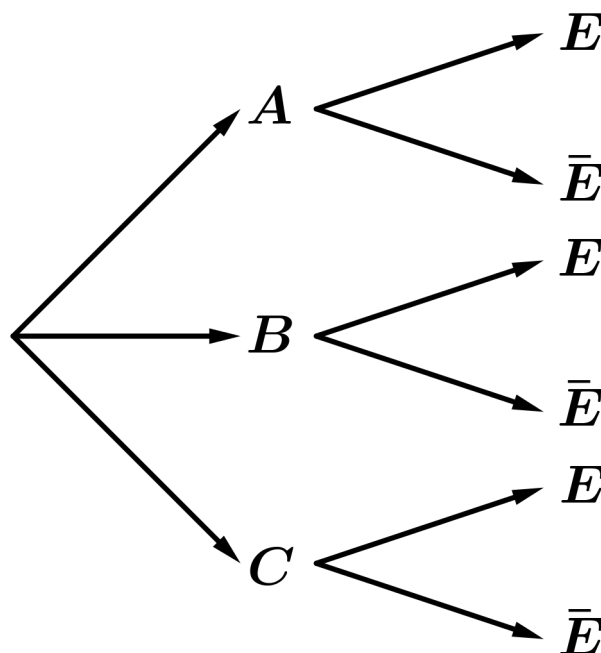
On souhaite étudier la transmission de l'asthme au premier enfant.

Les études actuelles sur cette maladie montrent que :

- Si aucun des parents n'est asthmatique, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est de 0,1.
- Si un seul des parents est asthmatique, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est de 0,3.
- Si les deux parents sont asthmatiques, la probabilité que leur enfant soit asthmatique est de 0,5.

On note E l'événement : « Le premier enfant du couple est asthmatique ».

1. Reproduire et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



2. Montrer que $P(E)=0,118$.

3. Calculer $P_E(A)$ et interpréter le résultat. En déduire $P_E(\bar{A})$ et interpréter le résultat.

4. Quelle est la probabilité qu'un enfant non asthmatique ait au moins un de ses parents asthmatique ?

Aide : On pourra chercher à calculer la probabilité de l'événement contraire.