

BACCALAURÉAT BLANC

ÉPREUVE DU JEUDI 19 FÉVRIER 2026

**MATHÉMATIQUES
- SPÉCIALITÉ -**

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le sujet est composé de quatre exercices indépendants.

Le candidat doit traiter les quatre exercices.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 5 pages numérotées de 1 à 5.

Exercice 1

5 points

Lors d'une kermesse, un organisateur de jeux dispose, d'une part, d'une roue comportant quatre cases blanches et huit cases rouges et, d'autre part, d'un sac contenant cinq jetons portant les numéros 1, 2, 3, 4 et 5.

Le jeu consiste à faire tourner la roue, chaque case ayant la même probabilité d'être obtenue, puis à extraire un ou deux jetons du sac selon la règle suivante :

- si la case obtenue par la roue est blanche, alors le joueur extrait un jeton du sac ;
- si la case obtenue par la roue est rouge, alors le joueur extrait successivement et sans remise deux jetons du sac.

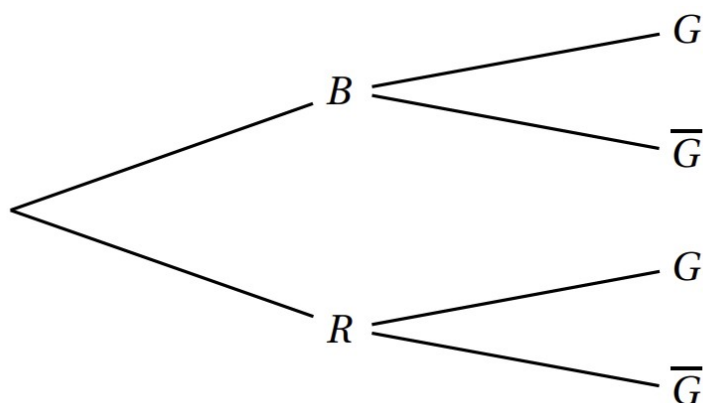
Le joueur gagne si le ou les jetons tirés portent tous un numéro impair.

1. Un joueur fait une partie et on note B l'évènement « la case obtenue est blanche », R l'évènement « la case obtenue est rouge » et G l'évènement « le joueur gagne la partie ».

a. Donner la valeur de la probabilité conditionnelle $P_B(G)$.

b. On admettra que la probabilité de tirer successivement et sans remise deux jetons impairs est égale à $0,3$.

Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant :



2. a. Montrer que $P(G)=0,4$.

b. Un joueur gagne la partie. Quelle est la probabilité qu'il ait obtenu une case blanche en lançant la roue ?

3. Les évènements B et G sont-ils indépendants ? Justifier.

4. Un même joueur fait dix parties. Les jetons tirés sont remis dans le sac après chaque partie.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de parties gagnées.

a. Donner, sans justification, la loi suivie par X et préciser ses paramètres.

b. Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3} près, que le joueur gagne exactement trois parties sur les dix parties jouées.

c. Calculer $P(X \geq 4)$ arrondie à 10^{-3} près. Donner une interprétation du résultat obtenu.

d. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

5. Un joueur fait n parties et on note p_n la probabilité de l'évènement « le joueur gagne au moins une partie ».

a. Montrer que $p_n = 1 - 0,6^n$.

b. Déterminer la plus petite valeur de l'entier n pour laquelle la probabilité de gagner au moins une partie est supérieure ou égale à $0,99$. Aucune justification n'est attendue.

Exercice 2**5 points**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points

$$A(-1; -3; 2), B(3; -2; 6) \text{ et } C(1; 2; -4)$$

1. Démontrer que les points A , B et C définissent un plan que l'on notera P .

2. a. Montrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 13 \\ -16 \\ -9 \end{pmatrix}$ est normal au plan P .

b. En déduire une équation cartésienne du plan P .

On note D la droite passant par le point $F(15; -16; -8)$ et orthogonale au plan P .

3. Donner une représentation paramétrique de la droite D .

4. On appelle E le point d'intersection de la droite D et du plan P .

Déterminer les coordonnées du point E .

5. Déterminer la valeur exacte de la distance du point F au plan P .

6. Déterminer les coordonnées du ou des point(s) de la droite D dont la distance au plan P est égale à la moitié de la distance du point F au plan P .

Exercice 3

6 points

Les parties A et B ne sont pas indépendantes.

Partie A : Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 + x - e^{x-9}$.

1. a. Calculer la limite de f en $-\infty$.
b. En remarquant que $e^{x-9} = e^x e^{-9}$, calculer la limite de f en $+\infty$.
2. a. Calculer la dérivée de la fonction f .
b. Démontrer que l'ensemble des solutions de l'inéquation $1 - e^{x-9} \geq 0$ est l'intervalle $]-\infty; 9]$.
c. En déduire le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de la fonction f .
3. a. Démontrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution, notée α , sur l'intervalle $[9; +\infty[$.
b. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

Partie B : Étude d'une suite

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$, où f est la fonction définie à la partie A.

1. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 9$.
2. En déduire, en justifiant, que la suite (u_n) converge. On notera l sa limite.
3. On admet que l est solution de l'équation $f(x) = x$. Déterminer l .
4. On souhaite déterminer la valeur de n à partir de laquelle tous les termes u_n seront strictement supérieurs à 8. Recopier et compléter le programme en Python ci-dessous et préciser cette valeur.

```
u =  
n =  
while ..... :  
    u = .....  
    n = .....  
return n
```

Exercice 4**4 points**

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie.

Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée.

Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. On considère la suite (w_n) définie par :

$$w_0=0 \text{ et, pour tout entier naturel } n, w_{n+1}=3w_n-2n+3.$$

Affirmation 1 : Pour tout entier naturel n , $w_n \geq n$.

2. La suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = \frac{1+5^n}{2+3^n}$$

Affirmation 2 : La suite (u_n) converge vers $\frac{5}{3}$.

3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(3x-7)e^{-x}$.

Affirmation 3 : La tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse $\frac{1}{3}$ a pour équation réduite $y=9e^{-\frac{1}{3}}x+9e^{-\frac{1}{3}}$.

Affirmation 4 : La fonction f est convexe sur $\left]-\infty; \frac{13}{3}\right]$ et concave sur $\left[\frac{13}{3}; +\infty\right[$.